APLICAÇÕES DOS MÉTODOS DA BISSEÇÃO E FALSA POSIÇÃO PARA ANÁLISE DE DESEMPENHO DE ALGORÍTIMO EM PYTHON

Alaelson R. J. Souza[1]
Aylla de Melo Lino[2]
Dheiver F. Santos[3]

Ciências da Computação
cadernos de graduação
ciências exatas e tecnológicas
ISSN IMPRESSO 1980-1777
ISSN ELETRÔNICO 2316-3135

RESUMO

O presente artigo trata da utilização de métodos numéricos para aproximação de raízes de funções polinomiais e transcendentais já que não dispomos de um método que seja direto para encontrar as raízes ou a obtenção de tais resultados é concebida como difícil. Quando declarado o intervalo onde é contida uma única raiz, métodos numéricos são utilizados para refiná-la, até o critério de parada desejado. Conterá uma explicação geral da problemática retratada, aspectos básicos que possibilitam uma compreensão geral sobre os métodos, bem como uma aplicação em exemplos de iterações, comparando os resultados. Finalmente dispomos uma pequena discussão sobre os fatos relevantes de cada método.

PALAVRAS-CHAVE

Raízes de Funções. Funções Transcendentais. Método da Bissecção. Método da Falsa Posição.

ABSTRACT

The present article deals with the use of numerical methods for the approximation of roots of polynomial and transcendental functions since we do not have a method that is straightforward to find the roots or the obtaining of such results is conceived as difficult. When you declare the interval where a single root is contained, numeric methods are used to refine it to the desired stop criterion. It will contain a general explanation of the problem portrayed, basic aspects that allow a general understanding of the methods, as well as an application in iteration examples, comparing the results. Finally we have a small discussion on the relevant facts of each method.

KEYWORDS

Functions Roots. Transcendental Functions. Bisection Method. False Position Method.

1 INTRODUÇÃO

Diante de muitos problemas científicos e das engenharias, encontramos a necessidade de constatar matematicamente soluções para uma função f(x) polinomiais ou transcendentais para que se iguale o valor a zero, estas soluções são denominadas raízes da equação ou zero da função.

Segundo Campos (2010), citado por Ribeiro, Menezes, Mezzono (2012):

> Existem métodos para se calcular analiticamente raízes de funções polinomiais de grau até 4. Apesar disto, existe uma ampla de funções de grau superior a quatro e as funções transcendentes, que não possibilitam a utilização de métodos diretos para o cálculo de suas raízes. Para estes casos, devemos utilizar métodos diretos que encontrem uma solução aproximada, que são processos iterativos, que buscam convergir para a raiz.

Para a aplicação desses métodos é necessário um intervalo [a, b] onde a função f(x) troca de sinal. A partir do intervalo inicial dois serão formados e será verificado qual terá a raiz desejada, tendo esse intervalo basta repetir o processo em subintervalos menores até que seja atingido o valor do critério de parada adequado.

Conquanto estes métodos não resultam em raízes exatas, já que são calculadas de acordo com a precisão necessária do problema apresentado, encerrando o processo assim que as condições impostas pela função forem atendidas. Na prática utiliza-se todo o conhecimento da função para delimitar o intervalo em que se encontra a raiz, sendo assim observado o comportamento da curva e produzindo o tabelamento da função para buscar pontos que forneçam resultado menor que zero quando efetuado o produto de um f(a) e f(b) quaisquer, visto que no intervalo concebido entre a e b terá pelo menos uma raiz.

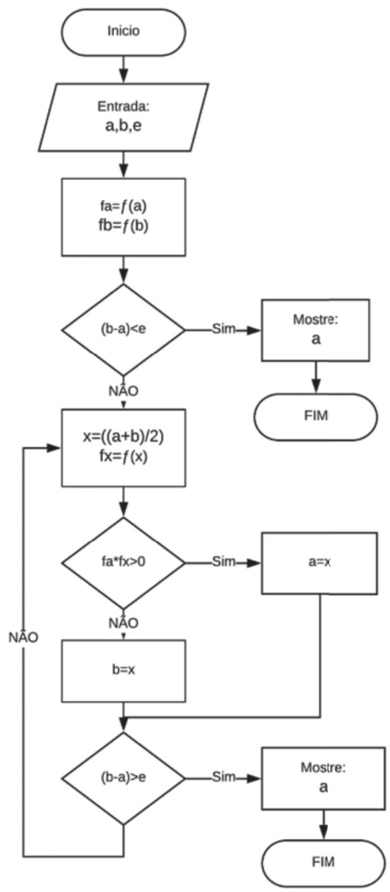
2 METODOLOGIA

Precisamos averiguar, em princípio, a função mediante análise de tabelamento e gráfico, assim identificando os intervalos que contém pelo menos uma raiz de f(x). Posteriormente o isolamento das raízes de um intervalo que garanta a unicidade da mesma, sendo assim utilizamos métodos numéricos iterativos para refiná-la, que tem como principal ideia, partir de uma aproximação inicial, efetuando em seguida de uma metodologia que promove iterações em busca da convergência para a raiz. Os seguintes métodos foram utilizados:

Método da bisseção

Consiste em encurtar a amplitude do intervalo onde está contido a raiz, até que seja atingido a exatidão desejada, utilizando a sucessiva divisão de [a,b] pela metade.

Fluxograma 1 – Demonstração do método da bisseção

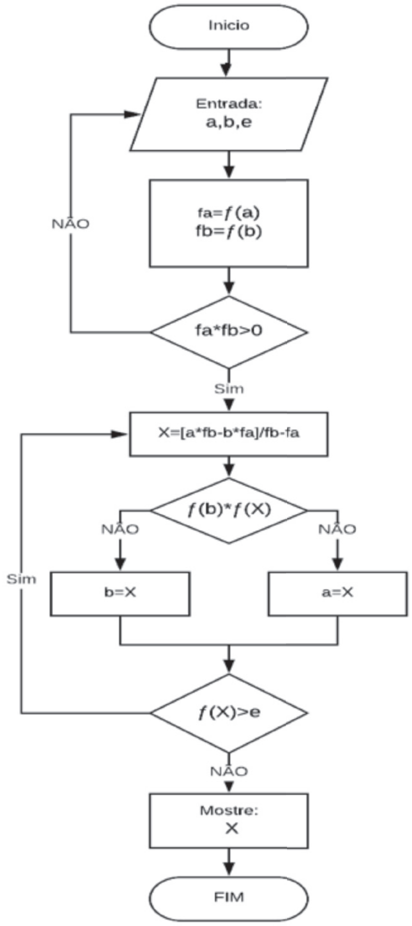


Fonte: Dados da pesquisa.

Método da falsa posição

É uma técnica iterativa que incide em localizar uma raiz aproximada por meio da média aritmética ponderada entre a e b, utilizando também suas respectivas |f(b)| e |f(a)|.

Fluxograma 2 – Demonstração do método da falsa posição



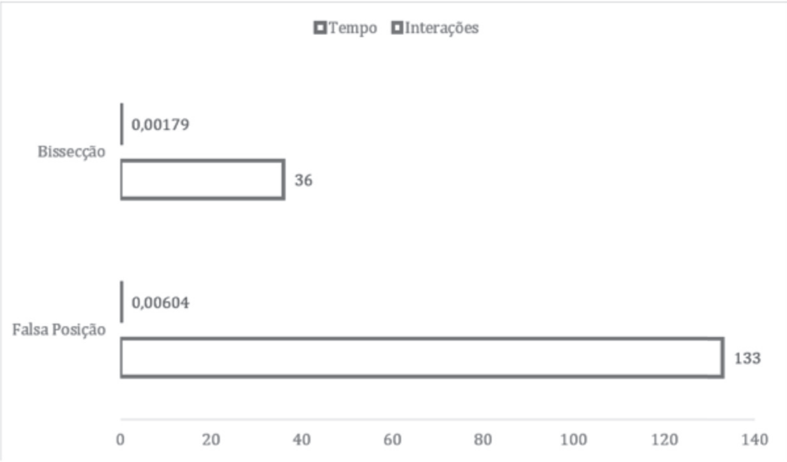
Fonte: Dados da pesquisa.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Para exemplificar a execução dos métodos numéricos, utilizamos os problemas descritos e analisados. Os métodos foram implementados no site Repl.it, e rodados em um ambiente Microsoft Windows 10, em um computador com processador Intel Core i7 e 16gb de memória RAM.

Imagem 1 – Gráfico de iterações em relação ao tempo no algoritmo em Python



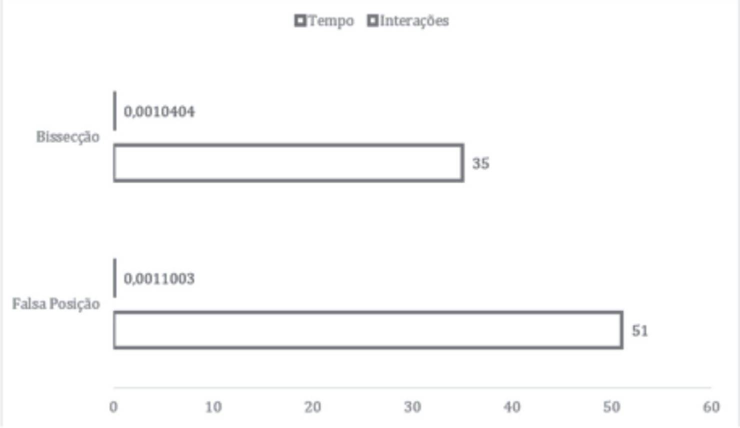
Fonte: Próprio Autor

Tabela 1 – Problemas e resultados considerados do algoritmo em Python

Fórmula	Método	Tempo	#Inter	Erro	Raiz
$f(x) = 2x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 10x - 15 = 0 \in [0,3] \quad t = 1^{-10}$	Bissecção	0.00179s	36	8.7311^{-11}	1.492879
$f(x) = 2x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 10x - 15 = 0 \in [0,3] \quad t = 1^{-10}$	Falsa Posição	0.00604s	133	6.4662^{-11}	1.492879

Fonte: Próprio Autor

Imagem 2 – Gráfico de iterações em relação ao tempo no algoritmo em Python



Fonte: Próprio Autor

Tabela 2 – Problemas e resultados considerados do algoritmo em Python

Fórmula	Método	Tempo	#Inter	Erro	Raiz
$f(x) = x^5 - 5 = 0$ $\in [1,2]$ $t = 1^{-10}$	Bissecção	0.0010404s	35	5.820766^{-11}	1.379729
$f(x) = x^5 - 5 = 0$ $\in [1,2]$ $t = 1^{-10}$	Falsa Posição	0.0011003s	51	3.438516^{-11}	1.379729

Fonte: Próprio Autor

Ao analisar mais detalhadamente os resultados obtidos (TABELA 1 e 2) notamos que o tamanho do erro apresenta valores menores no método da falsa posição, porém esse valor menor de erro compromete o número de iterações e tempo levado (IMAGEM 1 e 2) para a obtenção do resultado desejado em comparação com o método da bisseção. Entretanto, os dois métodos possuem convergências garantidas, desde que a função seja contínua num intervalo [a,b], tal que f(a)f(b)<0.

Assim o critério de escolha do recurso depende da função que se deseja encontrar a solução, é importante ressaltar que o comportamento da função na região da raiz exata tem grande papel na decisão de escolha do procedimento, o critério de parada está diretamente relacionado com o tempo de execução dos métodos, sendo ele o delimitador no qual estabelece quando o algoritmo precisará parar. Deve-se levar em consideração a dificuldade com o cálculo de f(x) tendo em mente que os processos iterativos calculam sucessivamente a mesma função até que seja encontrada o erro que atenda o critério de parada.

4 CONCLUSÃO

Ao observar os resultados dos exemplos apresentados anteriormente, vemos que os dois métodos apresentaram as soluções desejadas, porém com desempenhos diferentes pelo fato dos métodos possuírem atributos peculiares que os diferenciam no procedimento. O método da falsa posição demandou mais tempo para convergir, apesar de ter convergência garantida, a velocidade de convergência é comprometida nos casos em que a assíntota do gráfico é grande, todavia, o tempo em que a técnica da bisseção levou para convergir não difere muito, sendo assim os dois métodos têm convergências rápidas, entretanto, na bisseção o custo computacional é maior pelo número de divisões do intervalo ao meio, mas o método da bisseção também garante a convergência garantida caso os seus critérios pré-estabelecidos sejam obedecidos.

REFERÊNCIAS

AFUSO, A.Y. **Métodos numéricos para encontrar zeros de funções:** aplicações para o ensino médio. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/123895/000832285.pdf?sequence=1. Acesso em: 05 de agosto. 2018.

CAMPOS, F.F. **Algoritmos Numéricos.** Rio de Janeiro: LTC, 2010.

CHAPRA; CANALE. **Cálculo numérico/Métodos numéricos**. Disponível em: http://conteudo.icmc.usp.br/pessoas/andretta/ensino/aulas/sme0301-1-10/Bisseccao.pdf. Acesso em: 09 de agosto. 2018

DAREZZO, A.; ARENALES, S. **Cálculo Numérico: Aprendizagem Com Apoio De Software.** Cengage, 2008

JUNIOR, W.M.P.; SILVA, A.C**. Aplicação de métodos numéricos para minimização de funções de várias variáveis.** Disponível em: https://www.fara.edu.br/sipe/index.php/renefara/article/download/416/pdf_57. Acesso em: 20 ago. 2018.

RIBEIRO, R.R.J.; MENEZES M.S.; MEZZOMO I. **Métodos numéricos para aproximação de raízes de funções.** Disponível em: http://www.sbmac.org.br/cmacs/cmac-ne/2012/trabalhos/PDF/336.pdf. Acesso em: 5 ago. 2018.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais.** 2.ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996

Data do recebimento: 24 de Junho de 2018
Data da avaliação: 17 de Julho de 2018
Data de aceite: 26 de Agosto de 2018

1 Discinte do curso de Ciência da Computação, Centro Universitário Tiradentes – UNIT-Alagoas.
Email: alaelson.rafael@souunit.com.br
2 Discinte do curso de Ciência da Computação, Centro Universitário Tiradentes – UNIT-Alagoas.
Email: aylla.melo @souunit.com.br
3 Docente do curso de Ciência da Computação, Centro Universitário Tiradentes – UNIT-Alagoas.
Email: dheiver.francisco@souunit.com.br