AS CÚPULAS DO PALÁCIO DO CONGRESSO NACIONAL

Dayane Torres Matos[1]
Thamires de Souza Fernandes[2]

Matemática

cadernos de graduação
ciências exatas e tecnológicas

ISSN IMPRESSO 1980-1777
ISSN ELETRÔNICO 2316-3135

RESUMO

Símbolo do poder legislativo do Brasil, o Palácio do Congresso Nacional foi proposto pelo arquiteto Oscar Niemeyer e tem como elementos de maior representatividade – as cúpulas. Com forma semelhante, as cúpulas não se diferenciam apenas pela dimensão e direcionamento. Enquanto a cúpula do senado é um paraboloide de revolução, a cúpula invertida que simboliza a câmara dos deputados é uma composição de três elementos geométricos: elipsoide de revolução, tronco de cone invertido e calota esférica. Assim, por se tratar de uma cúpula estruturalmente complexa, necessitou do brilhante trabalho do engenheiro Joaquim Cardozo para concretizá-la.

PALAVRAS-CHAVE

Geometria, Superfícies Curvas, Cúpulas, Oscar Niemeyer, Congresso Nacional.

ABSTRACT

Symbol of the Brazilian legislative power, the National Congress Palace was proposed by the architect Oscar Niemeyer and has elements of greater representation – the domes. Similarly, the domes are not differentiated solely by size and direction. While the Senate Dome is a paraboloid of revolution, the inverted dome that symbolizes the Chamber of Deputies is a composition of three geometric elements: revolution ellipsoid, inverted cone trunk and spherical cap. Thus, because it was a structurally complex dome, it needed the brilliant work of the engineer Joaquim Cardozo to realize it.

KEYWORDS

Geometry. Curved Surfaces. Domes. Oscar Niemeyer. National Congress.

1 INTRODUÇÃO

Uma das obras mais emblemáticas da construção de Brasília, o Congresso Nacional representa simbolicamente a cidade, além de apresentar-se na paisagem como uma escultura monumental. Atuante como elemento de transição entre a Esplanada dos Ministérios e a Praça dos Três Poderes, sua arquitetura foi idealizada por Oscar Niemeyer e sua construção viabilizada pelo engenheiro civil pernambucano: Joaquim Cardozo. Niemeyer, considerado o pioneiro na exploração das possibilidades construtivas e plásticas do concreto armado, tinha predileção pelas formas curvas ou em casca, o que se revelou, também, no Palácio do Congresso Nacional.

As cúpulas do palácio apresentam-se como elemento de maior destaque na composição arquitetônica, proporcionais aos desafios enfrentados para concretizá-las. Visando satisfazer aos anseios de Niemeyer, que a cúpula invertida, representativa da câmara dos deputados, parecesse pousar sobre a laje do edifício principal, Cardozo necessitou fazer adaptações. Enquanto a cúpula do senado é um paraboloide de revolução, a solução para a outra cúpula não pôde ser a mesma constituindo-se, de baixo para cima, um elipsoide de revolução, um tronco de cone invertido e calota esférica na cobertura.

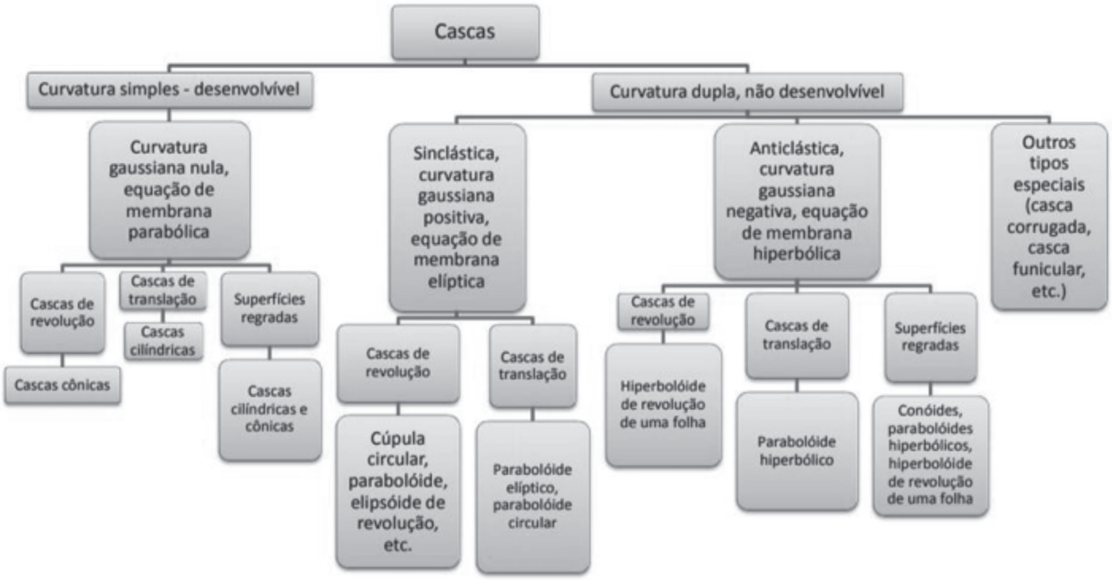
Dentro desse contexto, este trabalho tem como objetivo descrever a origem das curvas que compõem a estrutura das cúpulas do Palácio do Congresso Nacional, além de apresentar, de forma superficial, os esforços atuantes sobre as mesmas.

A metodologia utilizada foi a pesquisa bibliográfica, através de tese, dissertações, artigos científicos e sites. Portanto, trata-se de uma abordagem qualitativa decorrentes dos materiais citados.

2 CÚPULAS

As cúpulas são um tipo de casca de revolução, como informado na Figura 1, sendo uma estrutura de superfície não plana, na qual uma das dimensões – espessura – é muito menor que as outras duas dimensões, forma-se através de sucessivos arcos.

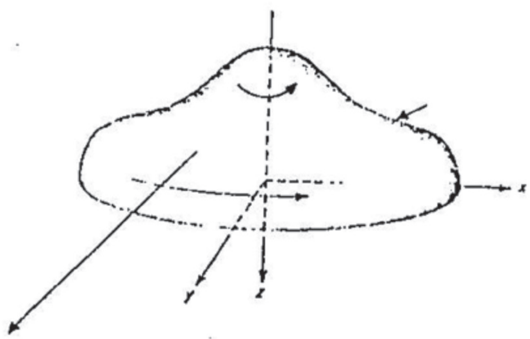
Figura 1 – Cascas



Fonte: Autoras.

A maioria das superfícies geometricamente definidas, usadas nas estruturas em cascas, são geradas por um dos processos básicos: rotação ou translação de uma curva. No primeiro processo, a curva girando ao redor de um eixo, chamado: eixo de rotação, gera as superfícies de revolução.

Curva de equação z = f(x)

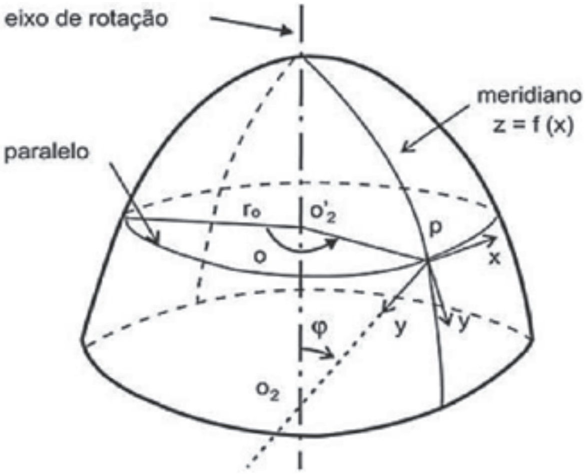


Superfície de equação z = f(x,y)

Quando o eixo da superfície de revolução é vertical e a curva intercepta este eixo, a casca é denominada cúpula.

Quando as cúpulas são seccionadas na horizontal, originam-se os paralelos, já a seção vertical que passa pelo centro dos paralelos gera os meridianos, Figura 2.

Figura 2 – Paralelo e meridiano



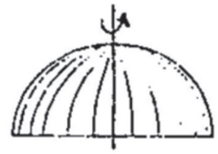
Fonte: Sáles (2015).

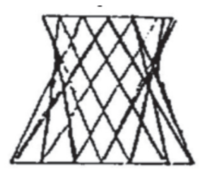
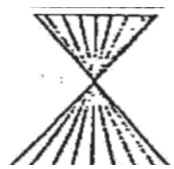
A ilustração acima mostra que a estrutura de uma cúpula pode assumir qualquer forma a depender da função f(x) no meridiano. A superfície é obtida pela rotação da curva ao redor do seu eixo.

Os paralelos funcionam como anéis de travamento dos arcos dos meridianos, impedindo a deformação destes, de modo que, ao ser aplicado qualquer carregamento à cúpula, exceto forças concentradas, não existirão esforços de flexão na estrutura.

Qualquer curva pode ser usada como meridiano, gerando diferentes superfícies, como pode ser visto na Figura 3.

Figura 3 – Curvas como meridiano

Tipo de curva	Tipo de superfície	
Círculo	Superfície esf	

Tipo de curva	Tipo de superfície	
Elipse	Elipsoide de revolução	
Parábola	Paraboloide de revolução	
Hipérbole ou reta	Hiperboloide de revolução	
Reta paralela ao eixo de revolução	Superfície cilíndrica	
Reta inclinada emrelação ao eixo de rotação, interceptando-o	Superfície cônica	

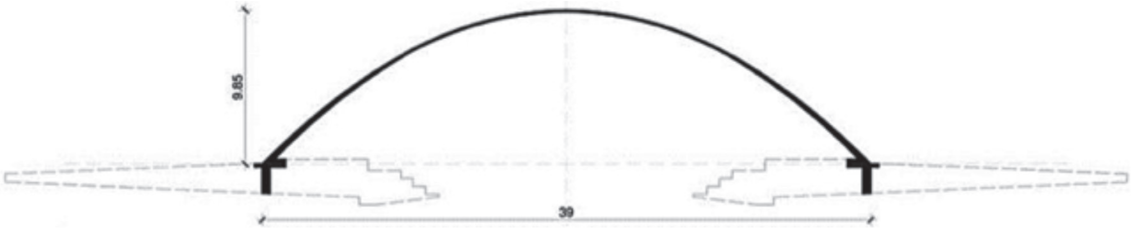
Fonte: Autoras.

Assim, para as superfícies de revolução paraboloide e elipsoide presentes na cúpula do Senado e da Câmara dos Deputados, utilizou-se parábola e elipse como meridiano, respectivamente.

2.1 CÚPULA DO SENADO

Desde os estudos da fase de concepção, Oscar Niemeyer previu a forma geométrica paraboloide para a cúpula do Senado (FIGURA 4). As dimensões da mesma consistem em trinta e nove metros de diâmetro e dez metros de altura, aproximadamente, resistente a tensões de compressão.

Figura 4 – Cúpula do Senado – Corte



Fonte: Silva (2012).

Por se tratar de um paraboloide de revolução, um tipo particular de paraboloide elíptico, tem-se a definição deste:

Sejam a e b números reais positivos, denominamos paraboloide elíptico a superfície quádrica S formada pelos pontos P = (x, y, z) cujas coordenadas satisfazem uma equação do tipo:

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

cujo meridiano é uma parábola voltada para cima.

Na Figura 5, temos a simulação do que ocorre na cúpula do senado com a mudança de concavidade em virtude da mudança de sinal nas parcelas da equação correspondente:

$$z = -\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

Figura 5 – Simulação da cúpula do senado

Fonte: Autoras.

Os paraboloides de revolução são casos particulares de paraboloides elípticos em que as variáveis de segundo grau, que figuram na equação, têm coeficientes iguais. Portanto, as equações desses paraboloides são do tipo:

$$S: z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

As seções planas obtidas intersectando S com planos paralelos ao plano XY, isto é, planos de equação z = k, somente ocorrem quando k ≥ 0.

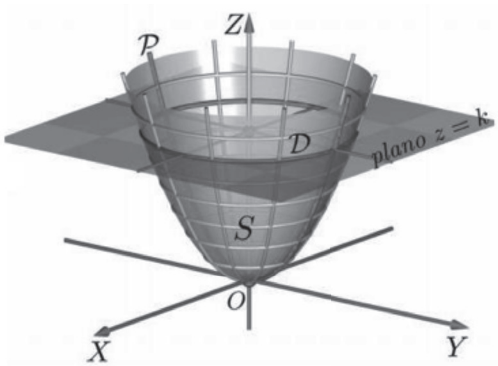
Se k = 0, a seção consiste apenas de um ponto, a origem.

Se k > 0, a seção é o círculo de raio a √ k. A revolução é em torno do eixo OZ e uma geratriz é a parábola:

$$y = \frac{z^2}{a^2}$$

contida no plano . Como mostramos na Figura 6.

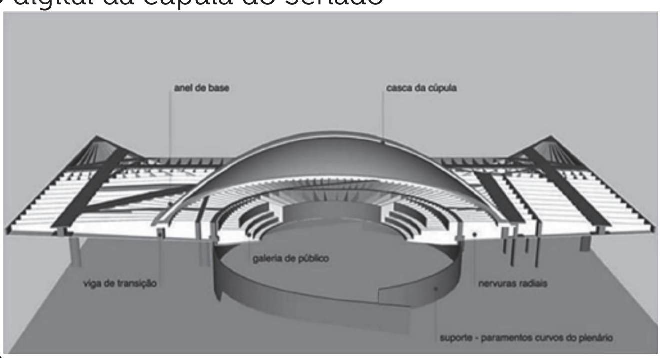
Figura 6 – Superfície de Revolução Paraboloide



Fonte: Autoras.

A forma estrutural paraboloide oferece resistência de maneira a vencer grandes vãos com uso mínimo de material. Fato comprovado na casca da cúpula com espessura de dez centímetros no topo e trinta e cinco centímetros em sua base, onde se tem a região de compressão máxima. Próximo a esta região está o anel de contenção dos esforços horizontais em viga T que suporta as cargas verticais e o empuxo lateral da casca – semelhante ao trabalho das sapatas, restringindo a tendência de dilatação dos paralelos inferiores. Desta forma, a transmissão para o ponto de contato da cúpula com a plataforma e apoios sequentes é apenas as cargas verticais.

Figura 7 – Modelo digital da cúpula do Senado



Fonte: Silva (2012).

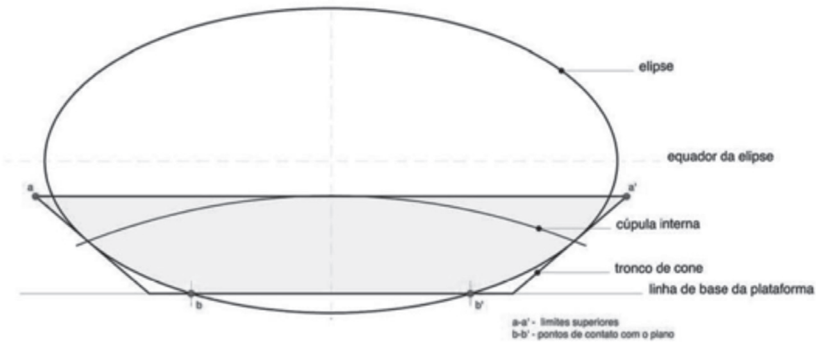
2.2 CÚPULA DA CÂMARA DOS DEPUTADOS

Na cúpula invertida da Câmara dos Deputados, toda de concreto armado, houve uma solução estrutural mais complexa que na cúpula do Senado. Oscar Niemeyer repetiu no projeto a forma paraboloide para compor a volumetria da cúpula, com a exigência de que a mesma parecesse estar pousada sobre a laje de cobertura do edifício principal. Joaquim Cardozo tentou adaptar o desenho fornecido pelo arquiteto, utilizando um paraboloide de revolução cuja geratriz fosse curva parabólica do quinto grau, com um contato de 2ª ordem ao longo de uma linha paralela à linha de contorno da plataforma. A equação obtida trouxe dificuldades estáticas e executivas em sua ligação com o volume de apoio, além do próprio uso das equações da casca em regime de membrana – carregamento simétrico em relação ao eixo de revolução, onde o equilíbrio é obtido com os esforços internos e externos.

A cúpula apresenta dez metros de altura e sessenta e dois metros de largura – medida equivalente ao diâmetro na extremidade superior da mesma. Cardozo solucionou a questão geométrica da cúpula e telefonou para Niemeyer para contar o feito: "Oscar, consegui a tangente que vai fazer a cúpula da Câmara, solta como você queria!" (CARDOZO, s.d apud INOJOSA, 2010). Ou seja, Joaquim Cardozo teria encontrado de maneira satisfatória a curva que tangenciava a plataforma no menor ângulo, o que permitia, ao mesmo tempo, um apoio estrutural adequado e adaptação à forma plástica exigida na arquitetura. Para isso, utilizou uma composição de volumes a qual é descrita pelo engenheiro:

> [...] é um conjunto constituído – enumerando-se de baixo para cima – de uma casca limitada pela superfície de uma zona de elipsoide de revolução, abaixo do equador; tangente a esta primeira está uma segunda, limitada pela superfície de um tronco de cone invertido; no ponto de tangência das duas, para sustentar o forro do plenário da Câmara, insere-se uma terceira casca limitada por uma calota esférica. Não só a que tem a forma de uma zona de elipsoide, como a de calota esférica, ofereceram várias dificuldades, sendo que esta última extremamente rebaixada (relação flecha/corda de 1/14) foi calculada pela fórmula de Gravina para este tipo de casca. (CARDOZO, s.d apud SILVA, 2012).

Figura 8 – Cúpula da Câmara – pontos determinados e composição geométrica



Fonte: Silva (2012).

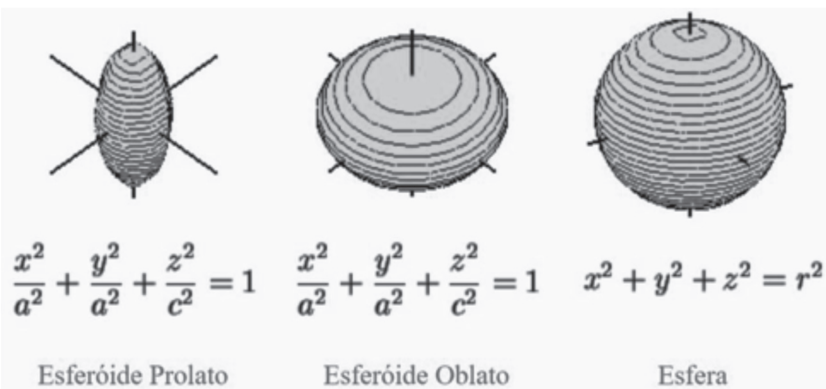
A equação-padrão do elipsoide é

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

Os parâmetros a, b e c são todos positivos. Estes parâmetros são os semieixos das três elipses obtidas no corte do elipsoide pelos planos coordenados z = 0, y = 0 e x = 0, respectivamente, dadas pelas equações:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1;\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1;\ \frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

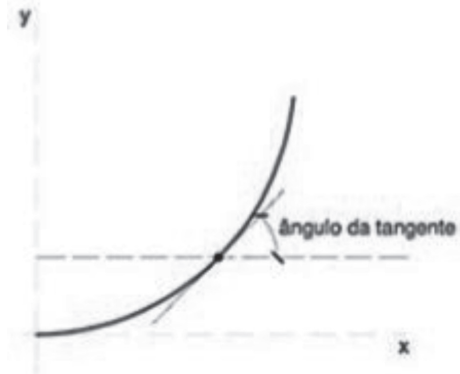
O elipsoide tem uma versão com ainda maior simetria, que sempre é uma superfície de revolução: o esferoide, que ocorre quando pelo menos dois dos três semieixos são iguais. Neste caso, os cortes do elipsoide por planos paralelos a um ou aos três planos coordenados são círculos. Distinguimos três tipos de esferoides: o alongado (ou prolato), do tipo bola de futebol americano, com a = b < c, o achatado (ou oblato), do tipo disco voador, com a = b > c e, finalmente, a esfera, com a = b = c:



Fonte: Autoras

Com papel de destaque na solução encontrada por Cardozo, é oportuno mencionar os conceitos matemáticos vinculados à reta tangente a uma curva. Considerando um ponto qualquer pertencente à curva, a reta tangente está associada à derivada da equação matemática desta mesma curva para o ponto dado. Desta maneira, a função derivada é capaz de oferecer diversas inclinações à reta tangente. Estas inclinações podem definir ângulos entre a tangente e, por exemplo, um eixo horizontal qualquer, como ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Reta tangente a uma curva e o ângulo em relação a horizontal



Fonte: Silva (2012).

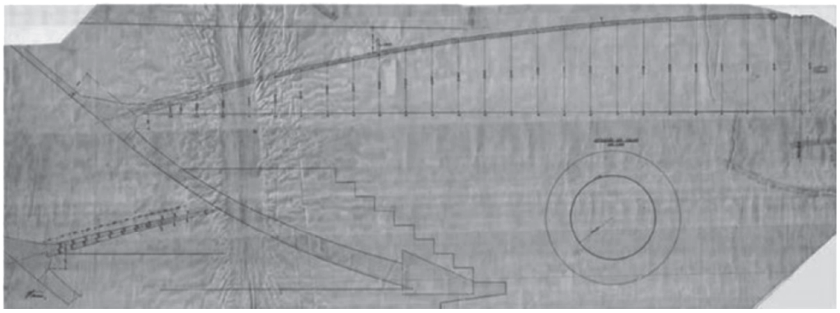
A reta, inserindo o conhecimento no caso da cúpula da Câmara dos Deputados, tangencia a curva elíptica – geradora da superfície elipsoide – no contato com a plataforma, determinando o ângulo com o plano horizontal. Este ângulo foi o menor possível, permitindo que a cúpula pousasse sobre a laje.

A primeira casca da cúpula, limitada pela superfície elipsoide, é onde está apoiada a arquibancada da galeria do plenário. A segunda casca, representada pelo tronco de cone invertido, apoia-se no ponto de tangência da primeira e, juntas, aparentam ser um único elemento estrutural. A terceira casca, uma calota esférica, surge exatamente na junção das outras duas citadas, onde situa-se o anel intermediário.

Nos desenhos de arquitetura, a laje superior apresentava-se plana, contudo, devido à dificuldade em vencer o vão de 62 m (sessenta e dois metros) da cobertura da cúpula, optou-se por utilizar a casca esférica – citada anteriormente. A casca apresenta 52 m (cinquenta e dois metros) de diâmetro, 3,70 m (três metros e setenta centímetros) de flecha e espessura de apenas 14 cm (quatorze centímetros), o que resultou em um baixo peso próprio. Sobre essa casca apoiam-se pilares de 10x10cm em uma malha de 3x3m, que sustenta a laje de cobertura, cujo centro é perfurado com 14,50 m (quatorze metros e cinquenta centímetros), permitindo visualizar parte da calota esférica.

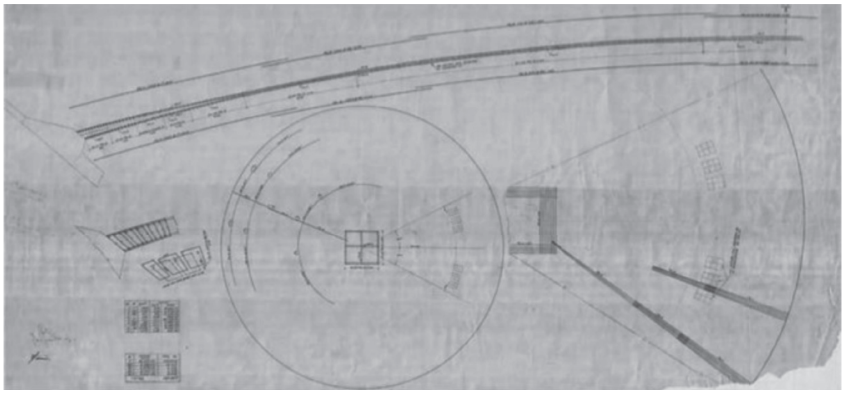
Além disso, abaixo da casca, encontra-se uma malha de tirantes 4x4m, com pilares também de seção 10x10cm que sustenta o forro do plenário onde a laje tem 6 cm (seis centímetros) de espessura. A Figura 10 apresenta a seção transversal onde se percebe o anel da base, a forma elíptica, o tronco de cone superior e a calota esférica da cobertura – seu detalhamento estrutural encontra-se na Figura 11.

Figura 10 – Seção transversal da cúpula invertida



Fonte: Silva (2012).

Figura 11 – Armadura da casca esférica de cobertura da Câmara dos Deputados



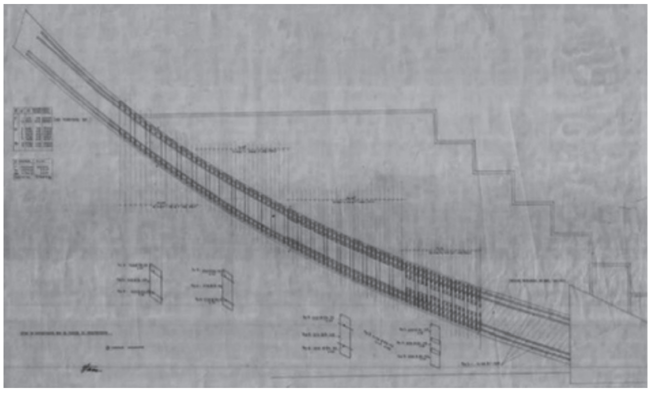
Fonte: Silva (2012).

Para guiar os esforços pertinentes à cúpula, fez-se uso de técnicas e composição específica de materiais. No trecho correspondente à casca elíptica, por exemplo, a armação metálica no sentido dos paralelos – que responde às tensões de anel – é considerável. Os primeiros três metros, correspondentes aos de maior espessura, próximos ao anel de compressão da base, tem armadura variável: no primeiro metro fez-se uso do aço 37-CA, com barras de 1 ¼", justapostas e soldadas em pares nas camadas próximas à superfície; nos dois metros seguintes, além de ter uma redução no diâmetro, passando a ser de 1", o aço utilizado foi o Torstahl, ainda com lançamento recente no Brasil.

Este tipo de aço permitia que as estruturas fossem calculadas no estádio III, por apresentar limite de escoamento de 50 kg/mm², superior em relação ao aço 37-CA com limite de 24 kg/mm². Tal característica possibilitou, ainda, a redução da seção de aço na ordem de 48%. Assim, poderiam ser empregadas menos barras, ou ainda seções mais reduzidas, para resistir a um mesmo esforço. O aço Torstahl foi utilizado até o anel intermediário da cúpula e contribuiu que a forma plástica pretendida fosse preservada.

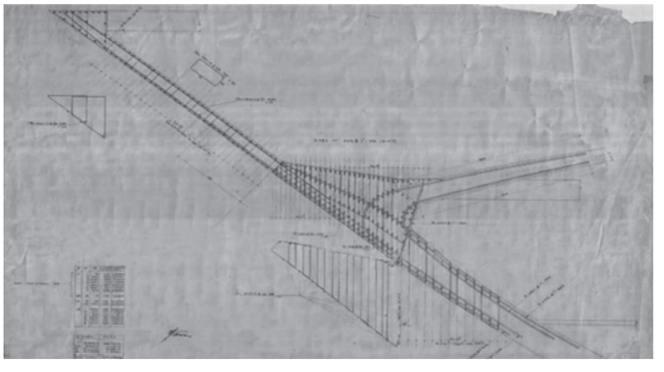
O detalhamento da armadura presente na casca elíptica está na Figura 12 e, na Figura 13 evidencia-se o detalhamento do encontro desta casca com a calota esférica da cobertura.

Figura 12 – Armadura da casca elíptica



Fonte: Silva (2012).

Figura 13 – Armadura da Conexão entre a Casca Elíptica e o Casca Esférica

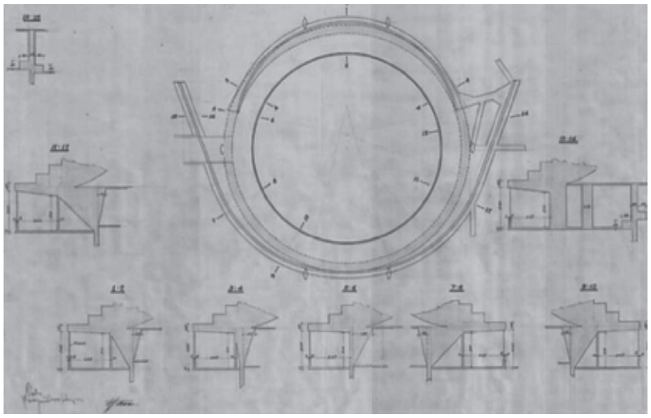


Fonte: Silva (2012).

Em tempo, a casca estrutural elíptica possui seção variável: 60 cm no topo e 86 cm na base. Nessa casca, temos os paralelos exercendo a restrição de deslocamento nos meridianos por meio de tensões do anel. O trecho limitado pela superfície elipsoide é finalizado pelo anel localizado na extremidade superior. Como menciona Teatini (2009) apud Inojosa (2010), este anel absorve grande empuxo da casca, além de estar ligado às vigas da laje de forro que auxiliam na resistência dos esforços horizontais de tração, atuando como tirantes.

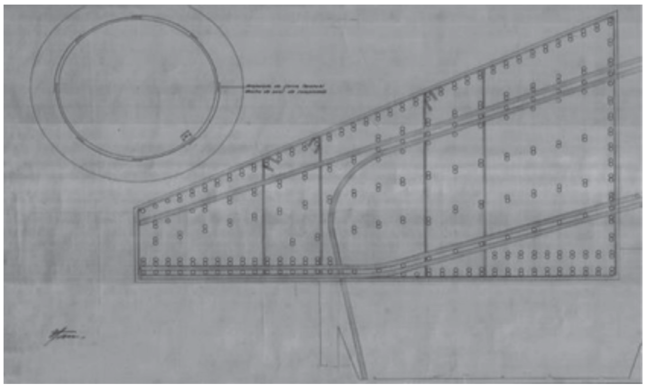
A estrutura da cúpula invertida está completamente apoiada em um grande anel de compressão com seção trapezoidal de 2,70x1,73m nas dimensões ortogonais, engastado a uma grande malha de vigas de sustentação, que também formam a ampla laje horizontal. Devido ao fato de o anel de base estar em interferência com outros elementos estruturais, a representação das seções do mesmo é de extrema complexidade como pode ser vista na Figura 14, enquanto que a armação se encontra detalhada na Figura 15.

Figura 14 – Seção transversal do anel de suporte ligando a cúpula à plataforma



Fonte: Silva (2012).

Figura 15 – Armadura do anel de compressão da cúpula da Câmara dos Deputados



Fonte: Silva (2012).

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aliança entre Niemeyer e Cardozo apresenta o papel que a arquitetura exerce para o avanço da engenharia ao necessitar de soluções estruturais exclusivas. Em paralelo, a engenharia estrutural também contribui para que diversos projetos arquitetônicos sejam efetivados. A construção civil é uma interdependência entre estética, volumetria, funcionalidade e estática. Como apresentado, as cúpulas normal e invertida da cobertura necessitaram de soluções distintas. Nesta última, observa-se a complexidade estrutural e a incontestável competência do engenheiro. Transformar a casca parabólica única, presente nos projetos arquitetônicos, em uma composição de três cascas de concreto armado para melhor encaminhar as forças; fazer parecê-la pousar sobre a laje e combater os esforços de flexão são alguns dos exemplos.

REFERÊNCIAS

GEOMETRIA do Elipsóide. Disponível em: http://www.ufrgs.br/engcart/Teste/elip_exp.html. Acesso em: 13 set. 2018.

INOJOSA, Leonardo da Silveira Pirillo. O sistema estrutural na Obra de Oscar Niemeyer. 2010. 159p. Dissertação (Mestrado em Arquitetura e Urbanismo) – Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade de Brasília, 2010.

MACEDO, Danilo Matoso; SILVA, Elcio Gomes da. **Ordens tectônicas no Palácio do Congresso Nacional**. Disponível em: http://www.vitruvius.com.br/revistas/read/arquitextos/11.131/3829. Acesso em: 12 set. 2018.

MAFFEI, Carlos E. M.; GONÇALVES, Heloísa Helena S., TEIXEIRA, Pedro Wellington G. N. **Introdução à Teoria das Cascas**. I parte. 12p.

MENEZES, José Claudemir de. Áreas e volumes: uma abordagem complementar ao livro "a matemática do ensino médio" SBM - Vol. 2, E. L. LIMA *et al*. 2015. 95p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2015.

PIRES, J. F.; NUNES, C.; SILVA, A. B. A.; HEIDRICH, F. E. Processos de ensino aprendizagem da geometria de superfícies curvas em arquitetura e design. Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, 21. **Anais [...]**, Florianópolis-SC.

REBELLO, Yopanan; LEITE, Maria Amélia D'Azevedo. O engenheiro das curvas de Brasília. **Revista AU – Arquitetura e Urbanismo**, Edição 165, São Paulo: Editora PINI, p. 92-99, dezembro de 2007.

SILVA, Elcio Gomes da. Os palácios originais de Brasília. 2012. 597p. Tese (Doutorado em Arquitetura e Urbanismo) – Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade de Brasília, 2012.

SUPERFÍCIES Quádricas. Disponível em: http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivos Upload/3176/material/Quadricas%20(novo).pdf. Acesso em: 17 set. 2018.

Data do recebimento: 21 de julho de 2016
Data da avaliação: 9 de novembro de 2016
Data de aceite: 12 de dezembro de 2017

1 Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática – UNIT. E-mail: dayane.torres@souunit.com.br
2 Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática – UNIT. E-mail: thamires.fernandes@souunit.com.br