

# A ÁLGEBRA BOOLENA PRESENTE NOS CIRCUITOS LÓGICOS

Vilton Ricardo dos Santos  
Cassius Gomes de Oliveira



ISSN IMPRESSO 1980-1777  
ISSN ELETRÔNICO 2316-3135

## RESUMO

Visto como o prelúdio de todo o desenvolvimento básico da inserção da eletrônica digital na Eletrônica, até então movida por sistemas puramente analógicos, a Álgebra de Boole surgiu cerca de 84 anos antes, em 1854, quando o matemático britânico George Boole, publicou sua obra intitulada *An Investigation of the Laws of Thought* (Uma Investigação sobre as leis do pensamento), nesta obra foi apresentado um sistema matemático de análise lógica conhecido como a Álgebra de Boole. Somente em 1938, o engenheiro elétrico Claude Elwood Shannon (1916 - 2001), conhecido como o pai da teoria da informação, demonstrou que os circuitos elétricos de chaveamento, poderiam utilizar os princípios da álgebra booleana para resolver diversos problemas de lógica. Assim foi desenvolvida as Portas Lógicas, a unidade básica de todo o sistema digital. A soma destas duas grandes bases contribuiu para consolidar o que hoje chamamos de circuitos integrados, que é um conjunto destas portas lógicas contido em diversos sistemas que utilizam a eletrônica digital, como os computadores e diversas outras aplicações eletrônicas presentes em nosso dia a dia. Assim, é diante dessas duas bases científicas desenvolvidas por George Boole e Claude Shannon que este trabalho dedica-se, procurando abstrair suas peculiaridades e características que se encontram na construção da eletrônica digital, e por meio desta, as suas funcionalidades tecnológicas que estão presentes em nosso dia a dia.

## PALAVRAS-CHAVE

Álgebra. Lógica Matemática. Circuitos Lógicos. Tecnologia.

## ABSTRACT

Seen as the prelude to all the basic development of digital electronics integration in electronics, so far moved by purely analog systems, Boolean algebra came about 84 years earlier, in 1854, when the British mathematician George Boole published his work entitled *An Investigation of the laws of thought* (a Research on the laws of thought), this work was presented a mathematical system logic analysis known as Boolean Algebra. Only in 1938, the electrical engineer Claude Shannon Elwwod (1916-2001), known as the father of information theory, demonstrated that electrical switching circuits, could use the principles of Boolean algebra to solve various logic problems. Thus it was developed the Logic Gates, the basic unit of all digital. The sum of these two major bases helped to consolidate what we now call integrated circuits, which is a set of these logic gates contained in various systems using digital electronics, such as computers and many other electronic applications present in our daily lives. Thus, it is on these two scientific basis developed by George Boole and Claude Shannon that this work is dedicated, looking abstracting its peculiarities and characteristics that are in the construction of digital electronics, and through this, its technological features that are present in our day to day.

## KEYWORDS

Algebra. Mathematical Logic. Logic Circuits. Technology.

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 A ÁLGEBRA BOOLEANA

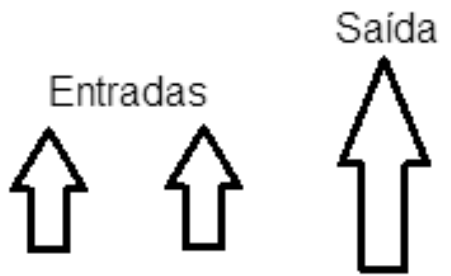
Em 1854, George Boole formalizou o tratamento sistemático lógico da álgebra a qual ganharia seu sobrenome, fundamental para o desenvolvimento da computação moderna. Enquanto na Álgebra primária as variáveis possíveis podem ser extraídas do conjunto dos números Reais ( $\mathbb{R}$ ), as variáveis na álgebra booleana só podem assumir dois valores possíveis 0 (Falso) e 1 (Verdadeiro), "Boole estava interessado em regras algébricas para o raciocínio lógico, semelhantes às regras algébricas para o raciocínio numérico" (GERTING, 2004, p. 375).

Devido ao fato das variáveis de entrada ou em análise serem finitas, o número de condições possíveis que uma função Booleana irá assumir também será finita, assim podemos construir a *tabela verdade* que expressa as possíveis saídas frente às possíveis entradas (0 ou 1) diante da condição exposta ou característica lógica da operação algébrica existente, desta forma Tocci, Widmer e MOSS (2011, p. 49), afirma que podemos dizer que a álgebra booleana é uma ferramenta matemática, assim como as tabelas verdades são de organização de dados.

Para justificar ou provar algo, o que fazemos é, geralmente, raciocinar. E, nesse contexto, as técnicas da Lógica podem ser aplicadas para compreendermos o nosso raciocínio, a nossa prova. Assim, um dos objetivos fundamentais da Lógica é proporcionar uma capacidade crítica que permita distinguir os argumentos, as inferências e as provas corretas. (SOUZA, 2008).

A tabela verdade construída, estabelece o princípio da indução lógica, “em geral, várias propriedades matemáticas usadas na Teoria dos Números e na Álgebra são demonstradas utilizando o princípio da indução finita” (SHOUS, 2005, p.39). Na Tabela 1 a seguir, apresentamos um exemplo de tabela verdade.

Tabela 1 – Tabela verdade com duas entradas



A	B	X
0 ou F	0 ou F	?
0 ou F	1 ou V	?
1 ou V	0 ou F	?
1 ou V	1 ou V	?

Fonte: Autores.

A tabela verdade acima exemplifica um conjunto lógico para duas entradas (A e B) presentes nas duas primeiras colunas, a última coluna X representa a saída lógica obtida, esta dependerá da operação lógica utilizada, bem como o conjunto de suas entradas finitas.

Na álgebra construída por Boole, existem três operações básicas possíveis, são elas:

## 1.2 OPERAÇÃO “OU” (ADIÇÃO LÓGICA)

A expressão booleana para a operação “OU” é:

$$X = A + B$$

Lê-se da seguinte forma: X é igual a **A** ou a **B**; o que significa que o valor de X será 1 somente quando **A** ou **B** for(em) 1, fora dessa condição X será igual a 0.

Vejamos a tabela verdade para esta operação:

Tabela 2 – Tabela verdade com duas entradas, operação “OU”

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Fonte: Autores.

## 1.3 OPERAÇÃO “E” (MULTIPLICAÇÃO LÓGICA)

A expressão booleana para a operação “E” é:

$$X = A \cdot B$$

Lê-se da seguinte forma: X é igual a **A** e **B**; o que significa que o valor de X será 1 somente quando **A** e **B** forem 1, fora dessa condição X será igual a 0.

Vejamos a tabela verdade para esta operação:

Tabela 3 – Tabela verdade com duas entradas, operação “E”

A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Fonte: Autores.

## 1.4 OPERAÇÃO “NÃO” ou “INVERSÃO”

A expressão booleana para a operação “NÃO” é:

$$X = \bar{A}$$

Lê-se da seguinte forma: X é igual ao inverso de **A**; o que significa que o valor de X **é o oposto do valo lógico de A**.

Diferente das operações anteriores, esta operação pode ser realizada apenas com uma variável de entrada.

Vejamos a tabela verdade para esta operação:

Tabela 4 – Tabela verdade operação “NÃO”

<u>A</u>	<u>X</u>
<u>0</u>	<u>1</u>
<u>1</u>	<u>0</u>

Fonte: Autores.

## 2 CIRCUITOS LÓGICOS DIGITAIS

Somente em 1938, cerca de 84 anos depois, o matemático americano Claude Shannon percebeu o paralelo entre lógica proposicional e a lógica de circuitos, e compreendeu que álgebras de Boole poderiam ter um papel importante na sistematização desse novo ramo da eletrônica (GERSTING, 2008. P. 389).

Portanto, os circuitos digitais estabelecem as operações algébricas por meio das portas lógicas, que são construídas a partir de diodos, transistores e resistores, de forma que a saída do circuito em análise seja o resultado de uma operação algébrica booleana (“OU”, “E” e “NÃO”) vistas no primeiro tópico deste artigo, assim as portas gerem os mesmos princípios e definições das operações vistas.

Descreveremos abaixo tais portas lógicas e seus símbolos:

### 2.1 PORTA “OU”

Em circuitos digitais, a porta lógica “OU” é um circuito que tem duas ou mais entradas e cuja saída (X) é igual à combinação das entradas por meio da operação booleana nomeada.

Figura 1 – Símbolo e tabela verdade para uma porta “OU” com três entradas



A	B	C	$X = A + B + C$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

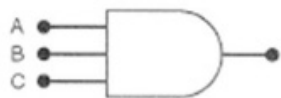
Fonte: Autores.

A tabela verdade exposta acima, assume valor de X igual a 0 somente quando todos os valores de entradas das portas forem iguais a 0, em contrapartida, para o valor de X ser igual a 1 basta que uma das entradas apresente valor igual a 1.

## 2.2 PORTA “E”

Podendo possuir também duas ou mais entradas, a simbologia utilizada para a representação da porta lógica “E” é exemplificada da seguinte forma:

Figura 2 – Símbolo e tabela verdade para uma porta “E” com três entradas



A	B	C	$X = A . B . C$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

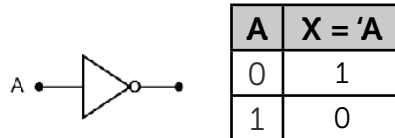
Fonte: Autores.

A saída da porta lógica “E” é igual ao produto lógico de suas entradas, que é  $X = A B C$ , ou seja, a saída assumirá valor igual a 1 somente quando todos os seus valores de entradas forem iguais a 1, caso contrário sua saída será igual a zero como demonstrado na tabela verdade acima.

## 2.3 PORTA “NÃO”

Diferente das operações anteriores, a porta “NÃO”, possui apenas uma entrada (A) variável e sua função é inverter o sinal da entrada, ou seja, se a entrada for igual a 0 a saída X será igual a 1, ou quando a entrada foi igual a 1 a saída será igual a 0.

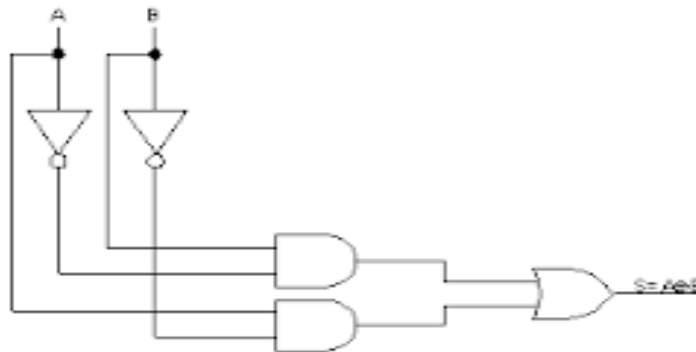
Figura 3 – Símbolo e tabela verdade para uma porta “NÃO”



Fonte: Autores.

Em suma, qualquer circuito lógico, independente de sua complexidade, pode ser descrito, usando-se as três operações booleanas básicas (TOCCI; WIDMER; MOSS 2011, p. 58), adicionando-se em um diagrama todas as portas como a figura abaixo exemplifica:

Figura 4 – Exemplo de um circuito lógico com as 3 portas lógicas básicas



Fonte: Autores.

O valor da saída X será obtido por meio da expressão booleana:

$$X = (A \cdot B) + (A \cdot B)$$

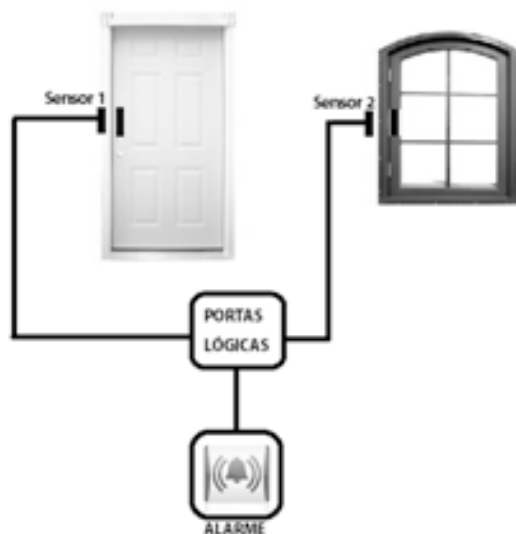
## 3 APLICAÇÕES DOS CONCEITOS APRESENTADOS DE ALGEBRA BOOLEANA E CIRCUITOS LÓGICOS DIGITAIS

Nos dias atuais, frente aos diversos avanços tecnológicos que contribuem para uma melhor qualidade de vida, os circuitos lógicos digitais estão presentes em diversas aplicações que facilitam nosso dia a dia.

Sendo assim, encontramos nestas diversas tecnologias o uso da Álgebra Booleana, como por exemplo, nos caixas eletrônicos bancários, sistemas de iluminação pública, portas automatizadas associada a sensores, sistemas de segurança eletrônica, dentre outros meios.

Mostrado os exemplos aplicáveis da álgebra booleana por meio dos circuitos lógicos, podemos abordar as particularidades presentes em um sistema básico de segurança eletrônica, composto por sensores de presença magnética, que são as portas de entradas (0 ou 1), e seu sistema central com portas lógicas e as entradas dos sensores e saídas para o sistema de sirene ou alarme luminoso, assim um sistema básico de um circuito eletrônico pode ser composto desta forma. Com o auxílio da figura abaixo podemos visualizar melhor tal arranjo:

Figura 5 – arranjo de um circuito de segurança.



Fonte: Autores.

Diante do arranjo e da eficácia útil do sistema, o alarme será acionado quando um dos sensores for ativado, ou seja, quando ocorrer a abertura da porta ou da janela, conforme a tabela verdade abaixo exemplifica:

Tabela 5 – Tabela verdade

PORTA	JANELA	ALARME
Fechada ( 0 )	Fechada ( 0 )	OFF ( 0 )
Fechada ( 0 )	Aberta ( 1 )	ON ( 1 )
Aberta ( 1 )	Fechada ( 0 )	ON ( 1 )
Aberta ( 1 )	Aberta ( 1 )	ON ( 1 )

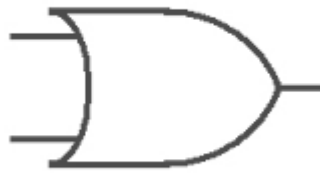
Fonte: Autores.



A porta lógica aplicável a condição existente da tabela verdade acima seria a OR, onde basta apenas um dos sinais dos sensores presentes na porta ou na janela estarem pulsando o sinal 1 (Aberta), que o sinal do alarme será ativado.

As portas lógicas recebem a entrada, processam esta entrada conforme seu axioma algébrico e transformam em uma saída. Quando o sensor envia 1 (ou alta tensão) para a entrada de uma porta lógica, a porta lógica processa o sinal de entrada para produzir uma saída lógica "1" ou "0" (alta ou baixa) dependendo da forma como a porta lógica é concebida, ou seja se seu tipo é "E" ou "OU".

Figura 5 – Porta lógica "OU"



Fonte: Autores.

Todos estes princípios de funcionalidades de um sistema de segurança eletrônica mostram a teoria matemática presente na Álgebra de boole com os princípios das portas lógicas presente na eletrônica digital, somados, resultam na tecnologia que facilitam assim nosso cotidiano.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por fim, ao percebermos a soma destas duas teorias da álgebra booleana e as portas lógicas, percebemos o quanto ela tem facilitado nossa vida cotidianamente por meios tecnológicos, aumentando nossa qualidade de vida e trazendo um maior conforto frente às soluções expostas ao usarmos essas técnicas como visto nos exemplos de aplicações dos conceitos relacionados, assim este trabalho acadêmico procurou expor de forma simples alguns meios tecnológicos que trazem princípios da álgebra booleana, expondo suas particularidades e operações básicas.

#### REFERÊNCIAS

GERSTING, Judith L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. São Paulo: LTC. 2004.

SOUZA, João Nunes de. **Lógica para a ciência da computação**. São Paulo: Campus: 2008.

TOCCI, Ronald J.; WIDMER, Neal S.; MOSS, Gregory L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 11.ed. São Paulo: Person Prentice Hall, 2011.

---

**Data do recebimento:** 19 de setembro de 2016

**Data da avaliação:** 20 de setembro de 2016

**Data de aceite:** 6 de Outubro de 2016

---

1. Acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática; Técnico de Laboratório do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de Sergipe – UFS. E-mail: vilton.dfi@hotmail.com

2. Mestre em Matemática Aplicada, Departamento de Matemática, Universidade Tiradentes – UNIT. E-mail: cassiusunit@yahoo.com.br