

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE VIGA HIPERESTÁTICA APOIADA SOBRE CINCO APOIOS POR MEIO DO SOFTWARE SCILAB

Antônio Vitor Barbosa Fernandes¹

Cassius Gomes De Oliveira²

Vinicius Costa Correia³

Engenharia de Petróleo



ISSN IMPRESSO 1980-1777

ISSN ELETRÔNICO 2316-3135

RESUMO

Há algum tempo atrás, antes do desenvolvimento dos softwares todos os cálculos numéricos em um projeto eram realizados manualmente pelo engenheiro responsável através de um processo extenso e trabalhoso com relativa possibilidade de erro. O desenvolvimento de software específicos, trouxe uma sensível melhora na qualidade dos cálculos e maior precisão nos resultados, permitindo ao engenheiro dedicar maior tempo à compreensão dos aspectos físicos dos problemas de engenharia. O presente trabalho tem como objetivo a resolução de problemas de mecânica das estruturas através de uma lógica de programação transferidos para a linguagem do software Scilab, tendo como resultado as reações de apoios, momentos em nós internos e momentos máximos em vãos, para o caso de vigas contínuas hiperestáticas sob cinco apoios pelo Método dos Deslocamentos. Para a comprovação do método são propostos três exemplos, onde são comparados e confirmados com os resultados do software Ftool.

PALAVRAS-CHAVE

Análise de Estruturas. Lógica de Programação. Scilab. Ftool.

ABSTRACT

Some time ago, the engineers used to do all design calculations by hand instead of using a software. A long and arduous work which involves considerable error intervals. Developing specific software brought considerable reliability on the calculations, and more accuracy in the results, allowing the engineer focus on the physical aspects of Engineering. This paper has as the main objective showing the Structural Mechanics problems resolution through of programming language of Scilab. The results displayed are the normal forces, internal moments and maximum momentum on frames, in the case of hyperstatical continuous beams under five supports by the Moment Distribution Method. In order to prove the method, three examples are compared and confirmed with results from both Ftool and Scilab software.

KEYWORDS

Analysis Structures. Programming Language. Scilab. Ftool.

1 INTRODUÇÃO

Por muitos anos os engenheiros elaboraram cálculos complexos e extensos de forma analítica e trabalhosa, mas com as inovações tecnológicas isso mudou e trouxe uma grande melhora na qualidade dos cálculos e maior precisão nos resultados, podendo assim, o engenheiro dedicar mais tempo para a interpretação dos resultados.

Na engenharia moderna o uso de softwares é cada vez mais presente nas empresas de engenharia, criando facilidade e produtividade nos cálculos. Um dos softwares que vem se tornando destaque na engenharia é o Scilab, por ser uma poderosa ferramenta computacional gratuita e ter um ambiente de programação interativo de alto desempenho voltado para o cálculo numérico, cujas entradas de dados são feitas na forma matricial.

O Scilab dispõe de uma extensa biblioteca de funções para resolução de diversos problemas numéricos, além de vários módulos especializados para finalidades diversas como, por exemplo, processamento de sinais e de imagens e criação de interface gráfica ao usuário (SANDES ET AL., 2013). A linguagem empregada na programação Scilab é relativamente simples, facilmente compreendida por alunos de graduação, sendo que este software é a ferramenta utilizada na disciplina Cálculo Numérico na Universidade Tiradentes.

O presente trabalho tem como objetivo a resolução de problemas de mecânica das estruturas por meio de uma lógica de programação transferidos para a linguagem do software Scilab. Atualmente é comum realizar nestes softwares operações

matemáticas trabalhosas e desestimulantes, o que permite dedicar maior tempo à compreensão dos aspectos físicos dos problemas de engenharia. Para explorar esse potencial, expõe-se a resolução e obtenção das reações de apoios, momentos em nós internos e momentos máximos nos vãos, para o caso de vigas contínuas hiperestáticas sob cinco apoios pelo Método dos Deslocamentos com manipulações algébricas realizadas no software gratuito Scilab. Ao final do trabalho são apresentados três exemplos com o propósito de comprovar o método.

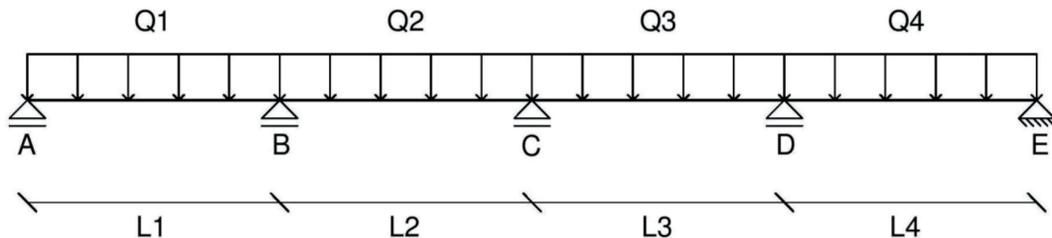
2 SOLUÇÃO GERAL DO PROBLEMA PELO MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS

Neste método determinam-se inicialmente os deslocamentos e indiretamente, a partir destes, os esforços; as incógnitas são os deslocamentos.

O método pode ser usado para analisar qualquer estrutura, isostática ou hiperestática. A única estrutura que não pode ser resolvida por este método é a viga bi-engastada (ROVERE; MORAES, 2005).

No caso de estruturas reticuladas, que são formadas por barras ligadas por pontos nodais denominados "nós", o número de incógnitas será o número de deslocamentos nodais ou o número total de "graus de liberdade" (GL) de todos os nós da estrutura (ROVERE; MORAES, 2005).

Figura 1 – Modelo de viga hiperestática estudado



Fonte: Próprio autor.

2.1 CÁLCULO DO NÚMERO DE DESLOCABILIDADES

Segundo Martha (2010) as deslocabilidades são as componentes de deslocamentos e rotações nodais que estão livres, ou seja, são os deslocamentos que devem ser conhecidos para determinar a configuração deformada de uma estrutura. Logo, as deslocabilidades são os parâmetros que definem (completamente) a configuração deformada de uma estrutura. As deslocabilidades são as incógnitas do Método dos Deslocamentos.

$$\text{Deslocabilidade externa} = 0$$

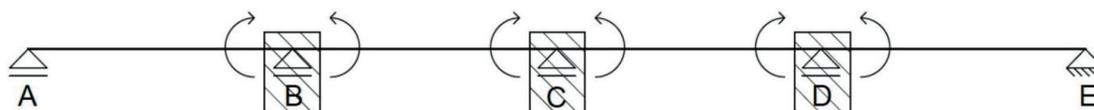
$$\text{Deslocabilidade interna} = 3$$

Logo, a deslocabilidade global é a soma das deslocabilidades, interna e externa que é igual a 3.

2.2 SISTEMA HIPERGEOMÉTRICO+ DESLOCABILIDADES

Sistema Hipergeométrico é uma estrutura cinematicamente obtida da estrutura original pela adição dos vínculos necessários para impedir as deslocabilidades (MARTHA, 2010).

Figura 2 – Sistema hipergeométrico e deslocabilidades



Fonte: Próprio autor.

Estes apoios em destaques estão engastados no sistema hipergeométrico para conter as deslocabilidades internas.

2.3 APLICAÇÃO DE $\Delta 1 = \frac{1}{4E}$ NO SISTEMA HIPERGEOMÉTRICO

Impõe-se o deslocamento unitário e encontram os esforços correspondentes, que são os coeficientes de rigidez m'_{BA1} , m_{BC1} e m_{CB1} .

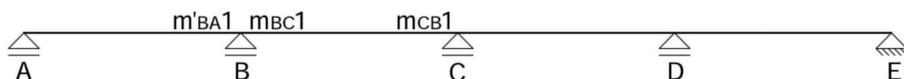
$$m'_{BA1} = 0,75 \cdot \frac{J}{L_1} / m_{BC1} = \frac{J}{L_2} \quad / \quad m_{CB1} = 0,5 \cdot m_{BC1}$$

em que:

J: momento de inércia de seção transversal em relação ao seu eixo neutro;
L: comprimento dos vãos.

2.3.1 Croqui $\Delta 1$

Figura 3 – Croqui $\Delta 1$



Fonte: Próprio autor.

2.4 APLICAÇÃO DE $\Delta 2 = \frac{1}{4E}$ NO SISTEMA HIPERGEOMÉTRICO

Impõe-se o deslocamento unitário e encontram os esforços correspondentes, que são os coeficientes de rigidez m_{CB2} , m_{BC2} , m_{CD2} e m_{DC2} .

$$m_{CB2} = \frac{J}{L2} \quad / \quad m_{BC2} = 0,5. m_{CB2}$$

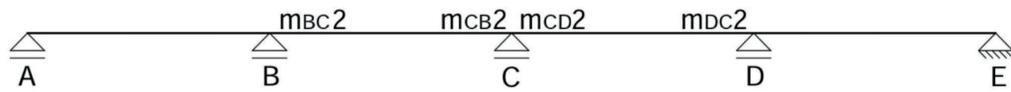
$$m_{CD2} = \frac{J}{L3} \quad / \quad m_{DC2} = 0,5. m_{CD2}$$

em que:

J: momento de inércia de seção transversal em relação ao seu eixo neutro;
L: comprimento dos vãos.

2.4.1 Croqui $\Delta 2$

Figura 4 – Croqui $\Delta 2$.



Fonte: Próprio autor.

2.5 APLICAÇÃO DE $\Delta 3 = \frac{1}{4E}$ NO SISTEMA HIPERGEOMÉTRICO

Impõe-se o deslocamento unitário e encontram os esforços correspondentes, que são os coeficientes de rigidez m_{DC3} , m_{CD3} e m'_{DE3} .

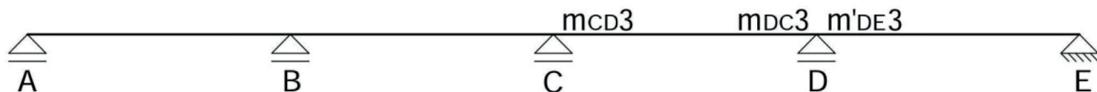
$$m_{DC3} = \frac{J}{L3} \quad / \quad m_{CD3} = 0,5. m_{DC3} \quad / \quad m'_{DE3} = 0,75. \frac{J}{L4}$$

em que:

J: momento de inércia de seção transversal em relação ao seu eixo neutro;
L: comprimento dos vãos.

2.5.1 Croqui $\Delta 3$

Figura 5 – Croqui $\Delta 3$



Fonte: Próprio autor.

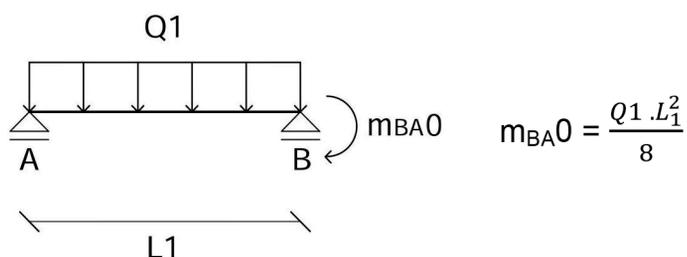
2.6 APLICAÇÃO DA CARGA EXTERNA NO SISTEMA HIPERGEOMÉTRICO

Aplicando-se o princípio de superposição de efeitos, inicialmente fixa-se a estrutura, aplicam-se as cargas nas barras e calculam-se os esforços de engastamento perfeito

(ROVERE; MORAES, 2005). Assim como no software Ftool, adotou-se $-Q$, quando a carga fizer esforço para baixo e $+Q$, quando a carga fizer esforço para cima. De acordo com a tabela de Sussekind (1980), obtêm-se as seguintes equações para os respectivos casos.

2.6.1 Carga Externa no Trecho AB

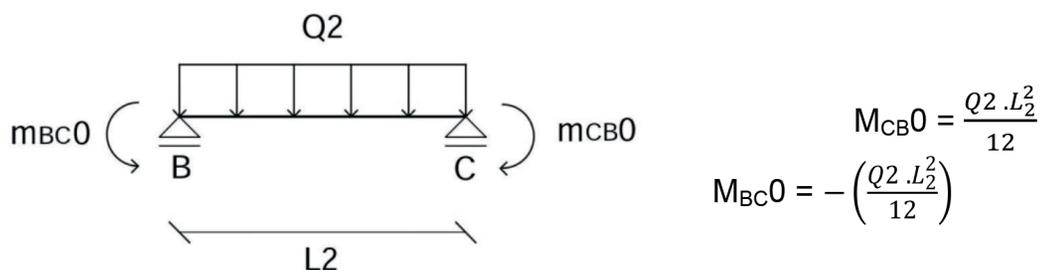
Figura 6 – Aplicação da carga externa no trecho AB e o momento despertado



Fonte: Próprio autor.

2.6.2 Carga Externa no Trecho BC

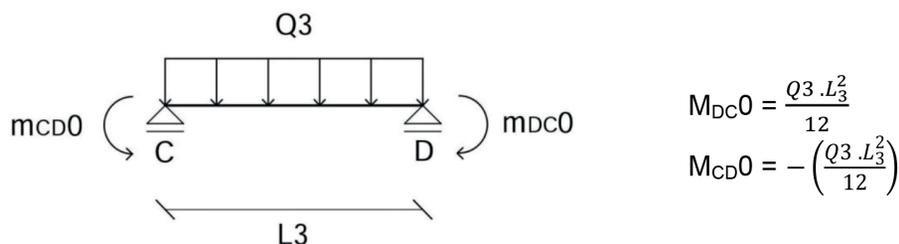
Figura 7 – Aplicação da carga externa no trecho BC e os momentos despertados



Fonte: Próprio autor.

2.6.3 Carga Externa no Trecho CD

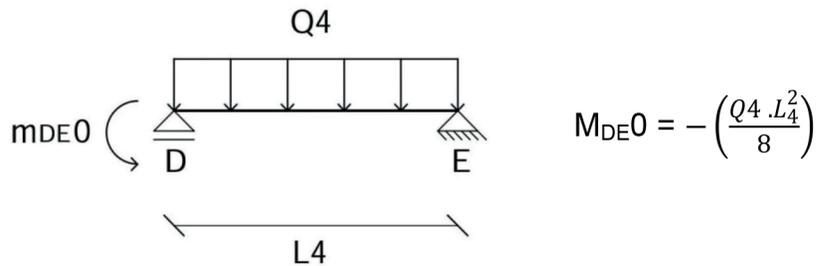
Figura 8 – Aplicação da carga externa no trecho CD e os momentos despertados



Fonte: Próprio autor.

2.6.4 Carga Externa no Trecho DE

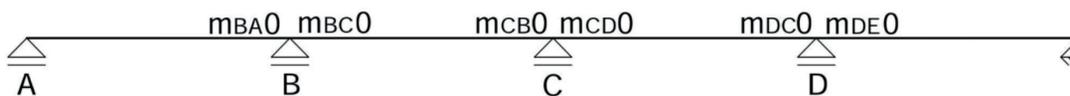
Figura 9 – Aplicação da carga externa no trecho DE e o momento despertado



Fonte: Próprio autor.

2.6.5 Croqui da Carga Externa

Figura 10 – Croqui da carga externa



Fonte: Próprio autor.

2.7 MOMENTOS RESULTANTES NOS NÓS

São os somatórios dos coeficientes de rigidez e os esforços de engastamento perfeito, que serão aplicados na equação de compatibilidade.

$$\begin{aligned} \text{NÓ 1: } \beta_{11} &= m'_{BA}1 + m_{BC}1 \\ \beta_{12} &= m_{BC}2 \\ \beta_{13} &= 0 \\ \beta_{10} &= m_{BA}0 + m_{BC}0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{NÓ 2: } \beta_{21} &= m_{CB}1 \\ \beta_{22} &= m_{CB}2 + m_{CD}2 \\ \beta_{23} &= m_{CD}3 \\ \beta_{20} &= m_{CB}0 + m_{CD}0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{NÓ 3: } \beta_{31} &= 0 \\ \beta_{32} &= m_{DC}2 \\ \beta_{33} &= m_{CD}3 + m_{DE}3 \\ \beta_{30} &= m_{DC}0 + m_{DE}0 \end{aligned}$$

2.8 EQUAÇÕES DECOMPATIBILIDADE

Considerando-se que a estrutura em questão é três vezes hiperestática, conforme Süsserkind (1977), as conhecidas equações de compatibilidade são assim redigidas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{11}.\Delta_1 + \beta_{12}.\Delta_2 + \beta_{13}.\Delta_3 + \beta_{10} = 0 \\ \beta_{21}.\Delta_1 + \beta_{22}.\Delta_2 + \beta_{23}.\Delta_3 + \beta_{20} = 0 \\ \beta_{31}.\Delta_1 + \beta_{32}.\Delta_2 + \beta_{33}.\Delta_3 + \beta_{30} = 0 \end{array} \right\}$$

Obtêm-se os valores de Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 .

O número de equações de compatibilidade na relação matricial é igual ao número de deslocabilidade da estrutura. A resolução deste sistema tem como objetivo determinar os valores das deslocabilidades, de tal modo que as condições de compatibilidade sejam respeitadas (MARTHA, 2010).

2.9 EQUAÇÃO DE FECHAMENTO

Essas equações têm por finalidade determinar os valores dos momentos fletores finais (M). Podem ser obtidos pela superposição dos diagramas de momento fletores dos casos básico, visto anteriormente (MARTHA, 2010).

$$M = M_0 + M_1.\Delta_1 + M_2.\Delta_2 + M_3.\Delta_3$$

Sendo que o diagrama M_0 corresponde ao caso da carga externa (2.6) e os diagramas M_1 , M_2 e M_3 são provocados por valores unitários das deslocabilidades nos casos 2.3, 2.4 e 2.5 respectivamente.

$$\text{NÓ 1:} \quad M'_{BA} = m_{BA}0 + m'_{BA}1.\Delta_1$$

$$M_{BC} = m_{BC}0 + m_{BC}1.\Delta_1 + m_{BC}2.\Delta_2$$

Sendo que seus valores são iguais em módulo.

$$\text{NÓ 2:} \quad M_{CB} = m_{CB}0 + m_{CB}1.\Delta_1 + m_{CB}2.\Delta_2$$

$$M_{CD} = m_{CD}0 + m_{CD}2.\Delta_2 + m_{CD}3.\Delta_3$$

Sendo que seus valores são iguais em módulo.

$$\text{NÓ 3:} \quad M_{DC} = m_{DC}0 + m_{DC}2.\Delta_2 + m_{DC}3.\Delta_3$$

$$M'_{DE} = m_{DE}0 + m'_{DE}3.\Delta_3$$

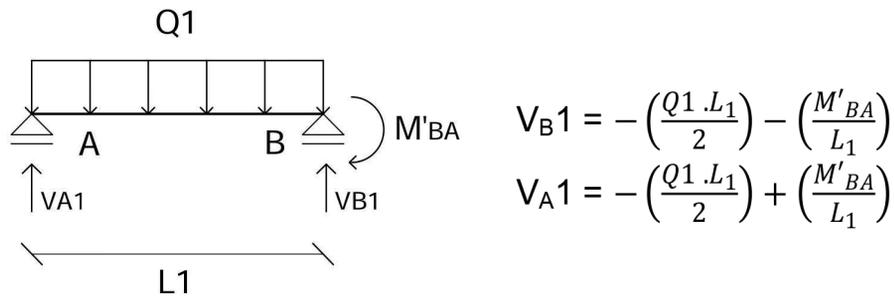
Sendo que seus valores são iguais em módulo.

2.10 REAÇÕES DE APOIO

De acordo com Sussekind (1981), reações de apoio são forças que se opõem as cargas que são aplicadas nas estruturas.

2.10.1 Trecho AB

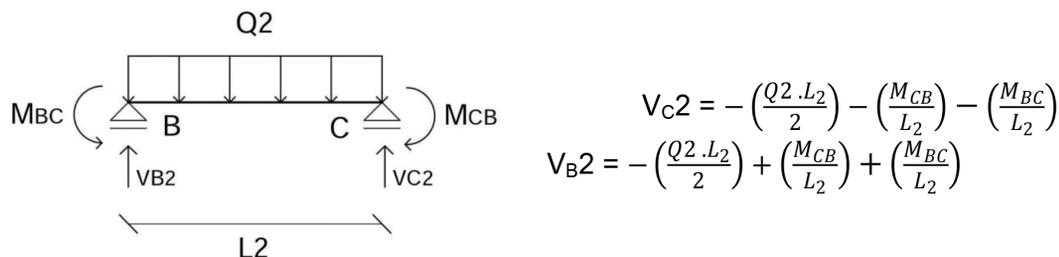
Figura 11 – Cálculo das reações de apoio (trecho AB)



Fonte: Próprio autor.

2.10.2 Trecho BC

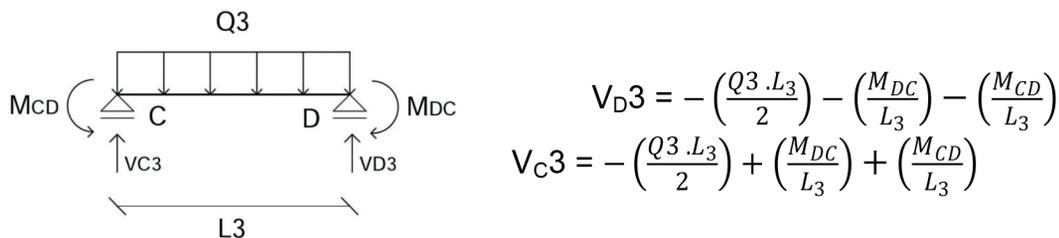
Figura 12 – Cálculo das reações de apoio (trecho BC)



Fonte: Próprio autor.

2.10.3 Trecho CD

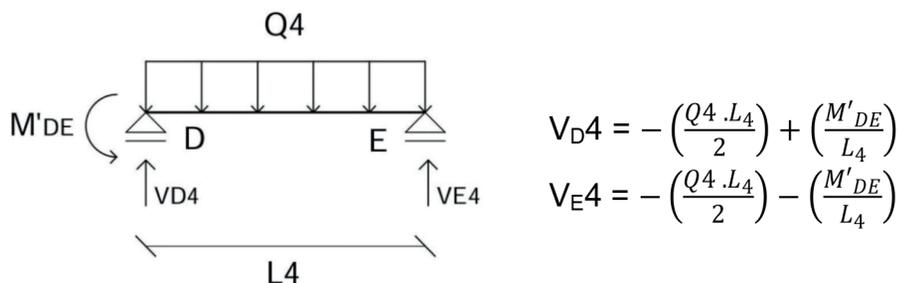
Figura 12 – Cálculo das reações de apoio (trecho CD)



Fonte: Próprio autor.

2.10.4 Trecho DE

Figura 13 – Cálculo das reações de apoio (trecho DE)



Fonte: Próprio autor.

Logo,

$$VA = |V_A1|$$

$$VB = |V_B1 + V_B2|$$

$$VC = |V_C2 + V_C3|$$

$$VD = |V_D3 + V_D4|$$

$$VE = |V_E4|$$

2.11 CÁLCULO DO MOMENTO MÁXIMO

O momento máximo ocorre quando o esforço cortante é zero, assim temos:

10.1. TRECHO AB

$$X_1 = \frac{VA}{Q1} \quad / \quad M_1 = VA \cdot X_1 + \frac{Q1 \cdot X_1^2}{2}$$

Se $x_1 > L1$, não existe momento máximo no trecho.

10.2. TRECHO BC

$$X_2 = \frac{VB2}{Q2} \quad / \quad M_2 = VB2 \cdot X_2 + \frac{Q2 \cdot X_2^2}{2} - MBC$$

Se $x_2 > L2$, não existe momento máximo no trecho.

10.3. TRECHO CD

$$X_3 = \frac{VC3}{Q3} \quad / \quad M_3 = VC3 \cdot X_3 + \frac{Q3 \cdot X_3^2}{2} - MCD$$

Se $x_3 > L3$, não existe momento máximo no trecho.

10.4. TRECHO DE

$$X_4 = \frac{VD_4}{Q_4} / \quad M_4 = VD_4 \cdot X_4 + \frac{Q_4 \cdot X_4^2}{2} - M'DE$$

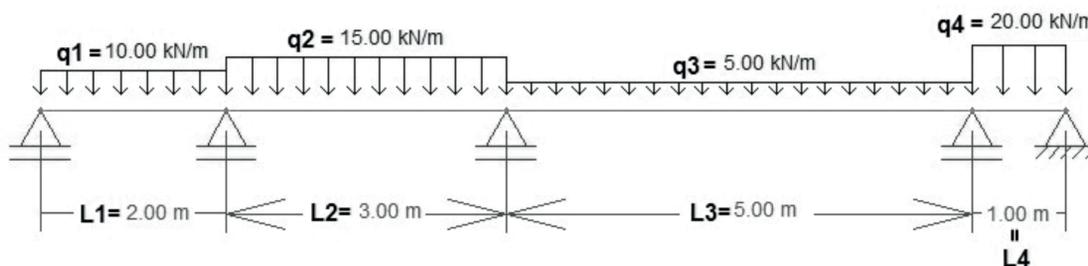
Se $x_4 > L_4$, não existe momento máximo no trecho.

3 APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO PARA A RESOLUÇÃO DE ALGUNS PROBLEMAS

Foram feitos três exemplos para a comprovação do método, o código da programação encontra-se no Apêndice A.

Exemplo 1:

Figura 14 – Esquema estático do exemplo 1



Fonte: Software Ftool.

Primeiramente abre-se o Scilab, vai em aplicativos e seleciona sciNotes, abre a programação e clica no botão salvar e executar (FIGURA 15).

Figura 15 – Página do sciNotes em destaque o botão salvar e executar

```

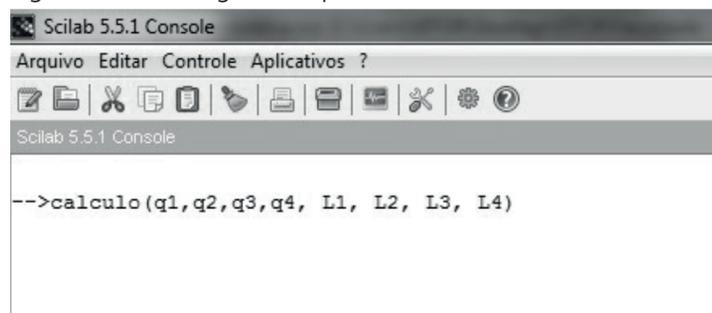
1
2 function calcula(q1,q2,q3,q4, L1, L2, L3, L4)
3 J=50
4 // Momento referente ao apoio B
5 mba1= (0.75 .* J) ./ L1
6 mbc1= J ./ L2
7 mcb1=0.5 .* mbc1
8 // Momento referente ao apoio C:
9 mcb2= J ./ L2
10 mbc2= 0.5 .* mcb2
11 mcd2=J ./ L3
12 mdc2=0.5 .* mcd2
13
14 // Momento referente ao apoio D:
15 mdc3= J ./ L3
16 mcd3= 0.5 .* mdc3
17 mde3=(J.*0.75) ./ L4
18

```

Fonte: Software Scilab.

Ao salvar e executar volta-se para a página inicial do Scilab e digitamos os valores desejados das cargas (q_1 , q_2 , q_3 e q_4) e os comprimentos (L_1 , L_2 , L_3 , L_4) (FIGURA 16).

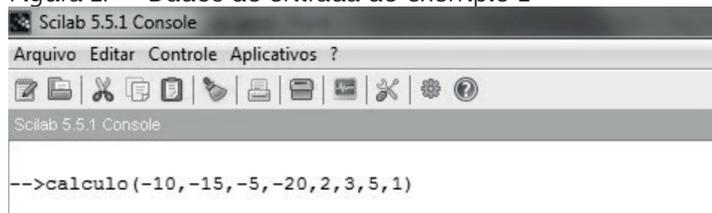
Figura 16 – Caso geral do problema



Fonte: Software Scilab

Como já foi explicado anteriormente, adota-se negativo quando a carga for para baixo e positivo quando a carga for para cima.

Figura 17 – Dados de entrada do exemplo 1



Fonte: Scilab.

Depois de digitado os dados de entrada o botão Enter deve ser apertado e aparecerá os resultados na tela (FIGURA 18).

Figura 18 – Resultados obtidos pela programação

```

REAÇÕES DE APOIO
VA = 5.71143 Kn : Para cima
VB = 35.7056 Kn : Para cima
VC = 36.7463 Kn : Para cima
VD = 30.3467 Kn : Para cima
VE = 1.49008 Kn : Para cima

MOMENTO NOS APOIOS INTERNOS
Nó B = 8.57714 Kn.m : Momento Negativo
Nó C = 11.8262 Kn.m : Momento Negativo
Nó D = 8.50992 Kn.m : Momento Negativo

MOMENTO MÁXIMO NOS TRECHOS
TRECHO AB 1.63102 Kn.m : Momento Positivo
TRECHO BC 6.71243 Kn.m : Momento Positivo
TRECHO CD 5.50094 Kn.m : Momento Positivo
TRECHO DE 0.0555082 Kn.m : Momento Positivo

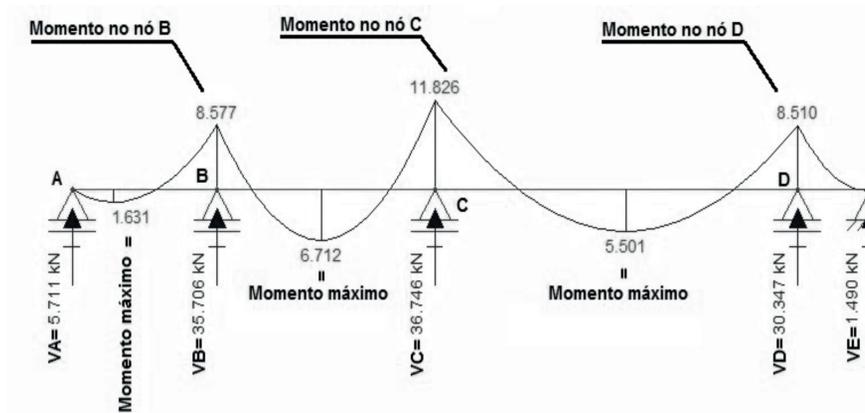
-->|

```

Fonte: Software Scilab.

Os resultados apresentados na Figura 18 podem ser comprovados pelo software Ftool (FIGURA 19).

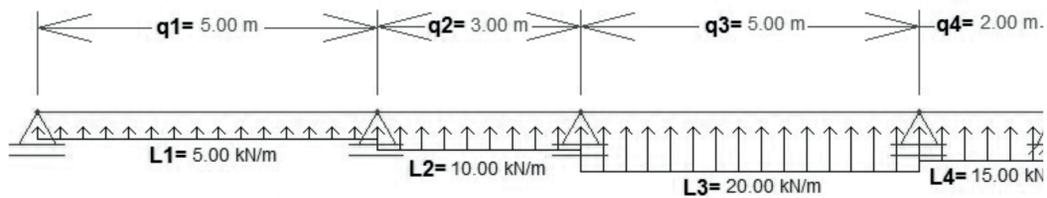
Figura 19 – Diagrama de momento fletor e suas reações



Fonte: Software Ftool.

Exemplo 2:

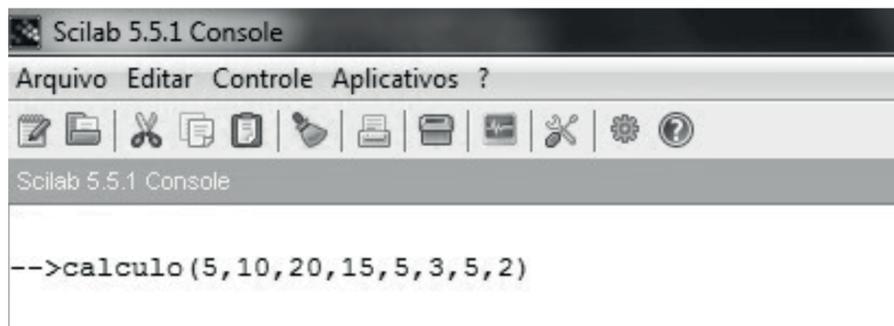
Figura 20 – Esquema estático do exemplo 2



Fonte: Ftool.

Segue o mesmo procedimento do Exemplo 1

Figura 21 – Dados de entrada do exemplo 2



Fonte: Software Scilab.

Figura 22 – Resultados obtidos pela programação

```

REAÇÕES DE APOIO
VA = 10.8475 Kn : Para baixo
VB = 21.7341 Kn : Para baixo
VC = 71.3446 Kn : Para baixo
VD = 84.0171 Kn : Para baixo
VE = 2.9433 Kn : Para cima

MOMENTO NOS APOIOS INTERNOS
Nó B = 8.26234 Kn.m : Momento Positivo
Nó C = 30.5175 Kn.m : Momento Positivo
Nó D = 35.8866 Kn.m : Momento Positivo

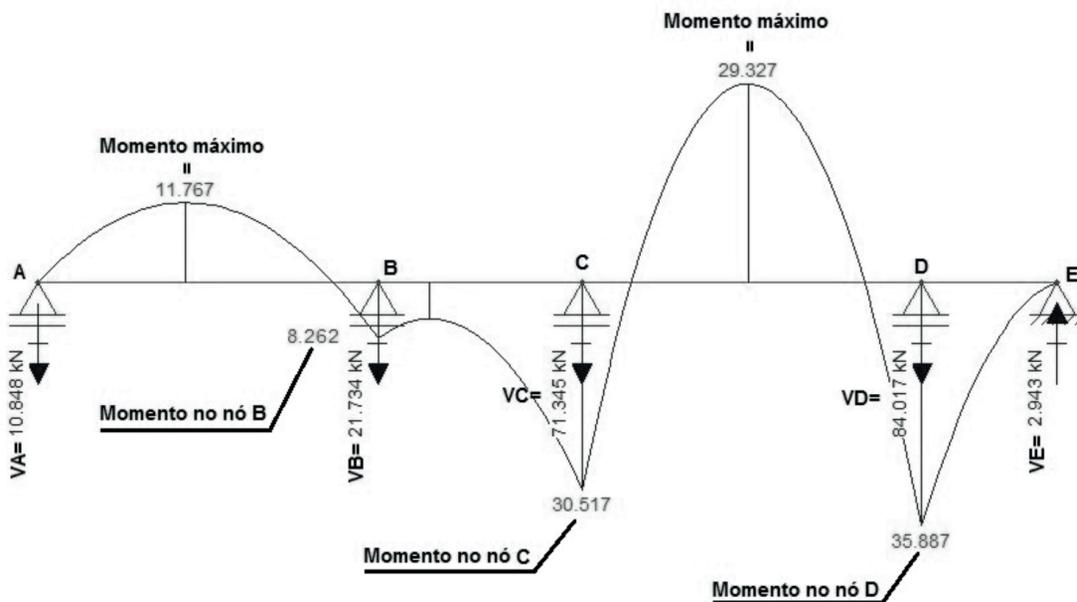
MOMENTO MÁXIMO NOS TRECHOS
TRECHO AB 11.7669 Kn.m : Momento Negativo
TRECHO BC 5.3883 Kn.m : Momento Positivo
TRECHO CD 29.3268 Kn.m : Momento Negativo
TRECHO DE Não há momento máximo no trecho
-->

```

Fonte: Software Scilab.

Os resultados apresentados na Figura 22 podem ser comprovados pelo software Ftool (FIGURA 23)

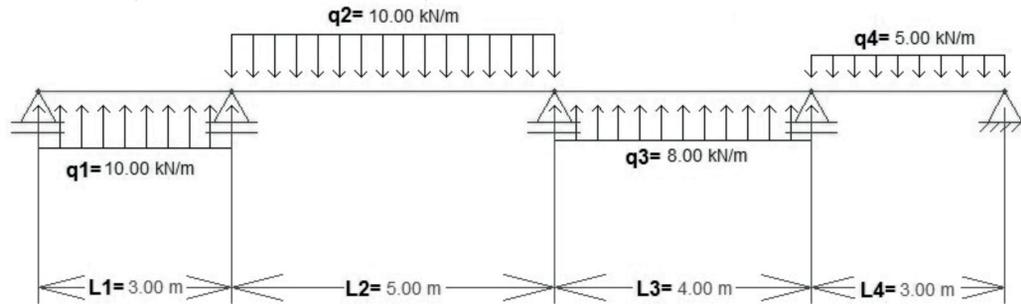
Figura 23 – Diagrama de momento fletor e suas reações



Fonte: Software Ftool.

Exemplo 3:

Figura 24 – Esquema estático do exemplo 3



Fonte: Software Ftool.

Segue os mesmo procedimentos dos outros exemplos acima e digita os dados de entrada (FIGURA 25).

Figura 25 – Dados de entrada do exemplo 3



Fonte: Software Scilab.

Figura 26 – Resultados obtidos pela programação

```

REAÇÕES DE APOIO
VA = 19.1856 Kn : Para baixo
VB = 14.9335 Kn : Para cima
VC = 12.7695 Kn : Para cima
VD = 16.1012 Kn : Para baixo
VE = 10.5838 Kn : Para cima

MOMENTO NOS APOIOS INTERNOS
Nó B = 12.5569 Kn.m : Momento Negativo
Nó C = 8.81786 Kn.m : Momento Negativo
Nó D = 9.25153 Kn.m : Momento Positivo

MOMENTO MÁXIMO NOS TRECHOS
TRECHO AB 18.4044 Kn.m : Momento Negativo
TRECHO BC 20.5906 Kn.m : Momento Positivo
TRECHO CD 17.0586 Kn.m : Momento Negativo
TRECHO DE 11.2018 Kn.m : Momento Positivo

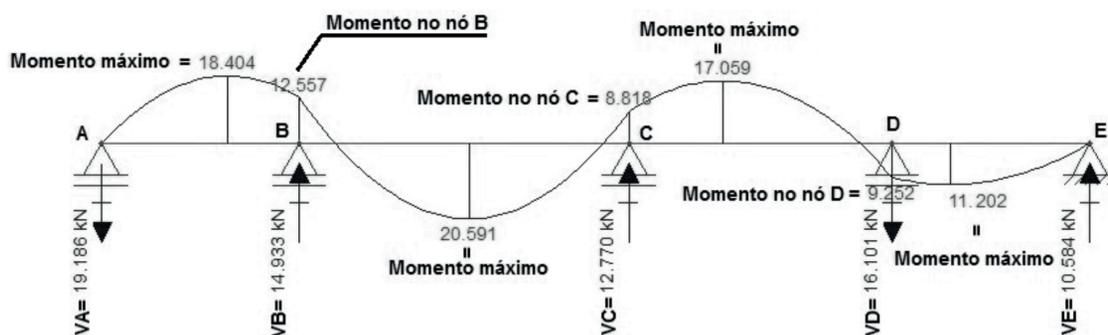
-->|

```

Fonte: Scilab.

Os resultados apresentados na Figura 26 podem ser comprovados pelo software Ftool (FIGURA 27)

Figura 27 – Diagrama de momento fletor e suas reações



Fonte: Ftool.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando-se em conta os resultados apresentados, pode-se observar a viabilidade da utilização do software Scilab na solução de problemas de mecânica das estruturas, podendo ser executadas, também, em outros softwares como FreeMat, Octave e até mesmo o MatLab, softwares que possuem uma interface similar, sendo o MatLab um software pago e uma interface ligeiramente mais trabalhosa. O mais importante é a lógica da programação e o software é apenas um facilitador algébrico.

Tendo em vista que a análise estrutural em épocas passadas procurava evitar tratamentos algébricos mais complicados por causa do excessivo trabalho manual, hoje não é mais necessário em razão do aprimoramento dos aplicativos de manipulação simbólica.

REFERÊNCIAS

LA ROVERE, H. L.; MORAES, P. D. **ECV 5220 - Análise Estrutural II**. Apostila - Centro Tecnológico Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

LEITE, Mário. **Scilab - uma abordagem prática e didática**. v.1. Ed. Ciência Moderna, 2009

MARTHA, L. F. **Análise de estruturas**: conceitos e métodos básicos. Rio de Janeiro: Campus/Elsevier, v.1. 2010. 524p.

MATOS, L. R. **Softwares para engenharia civil**. 2009. TCC (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Anhembí Murumbi, São Paulo, 2009.

RIGITANO, A. C.; OLIVEIRA NETO, L.; BASTOS, P. S. S. Sobre o uso de sistemas de computação algébrica na solução de problemas de mecânica das estruturas. **Revista CIATEC-UPF**. v. 3, p. 1-9, 2011.

SANDES, R. D. D.; AMBROSIO, R. C.; ANGELUCCI, C. A. Integração numérica de leis de velocidade diferenciais com o uso do SCILAB. **Química Nova** (Impresso), v. 36, 2013. p.181-186.

SORIANO, H. L. e LIMA, S. S. **Análise de estruturas** – Método das forças e dos deslocamentos. 2.ed. Rio de Janeiro: Moderna, 2006.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de análise estrutural**. 2.ed. Porto Alegre: Globo, 1977.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de análise estrutural**. v.2. 6.ed. Porto Alegre: Globo, 1980.

SÜSSEKIND, José Carlos. **Curso de análise estrutural**. v.1. 6.ed. Porto Alegre: Globo, 1981.

Data do recebimento: 18 de janeiro de 2016

Data da avaliação: 20 de janeiro de 2016

Data de aceite: 22 de janeiro de 2016

1. Graduando do curso de Engenharia Civil da Universidade Tiradentes – UNIT. Email: vitoresplanada@hotmail.com

2. Professor do curso de Engenharia Civil da Universidade Tiradentes – UNIT. Email: cassiusunit@yahoo.com.br

3. Professor do curso de Engenharia Civil da Universidade Tiradentes – UNIT. Email: vitoresplanada@hotmail.com