

# CONTROLE POR REALIMENTAÇÃO MULTIMALHA DE PLATAFORMAS OFFSHORE SUJEITAS ÀS PERTURBAÇÕES PERSISTENTES

Luciano da Silva <sup>1</sup>  
Oscar A. Z. Sotomayor <sup>2</sup>  
Leticia C. Machado <sup>3</sup>  
Diego S. S. R. Santos <sup>4</sup>  
Emanuele M. S. Oliveira <sup>5</sup>

Engenharia Mecatrônica



ISSN IMPRESSO 1980-1777  
ISSN ELETRÔNICO 2316-3135

## RESUMO

Nesse trabalho um controlador discreto por realimentação multimalha foi aplicado ao modelo de uma plataforma *offshore* fixa, tipo jaqueta, sujeita a forças hidrodinâmicas autoexcitadas de ondas induzidas, as quais foram simuladas, usando a equação não linear de Morison. O projeto do controlador discreto foi baseado na teoria de controle linear quadrático (LQ) e é composto por duas malhas consecutivas: uma malha interna (projeto nominal) para regular a parte linear da dinâmica da plataforma, e uma malha externa (projeto compensatório) para lidar com as não linearidades, mantendo a estabilidade geral do sistema. Resultados de simulações realizadas no modelo de uma plataforma, tipo jaqueta de aço de três andares, demonstraram a efetividade do esquema de controle proposto, reduzindo as oscilações internas no sistema, gerando, assim, uma resposta mais suave da estrutura.

## PALAVRAS CHAVE

Plataforma. Offshore. Estabilidade. Controle.

## ABSTRACT

In this study a discrete controller for feedback multimalha was applied to the model of a fixed offshore platform jacket type autoexcitadas subjected to hydrodynamic forces induced waves which were simulated using the non-linear equation Morison. The discrete controller design was based on the linear quadratic control theory (LQ) and consists of two consecutive loops: an inner loop (nominal design) to regulate the linear part of the platform's dynamic, and an outer loop (compensatory project) to dealing with nonlinearities, while maintaining overall system stability. Simulation results carried out on the model of a platform type three-story steel jacket demonstrated the effectiveness of the proposed control scheme by reducing the internal oscillations in the system, thereby generating a smoother response of the structure.

## KEYWORDS

Platform. Offshore. Stability. Control.

## 1 INTRODUÇÃO

Plataformas *offshore* fixas são aquelas que se estendem até o fundo do mar, suportadas por uma fundação que mantém a plataforma fixada no local de instalação por um longo período. Estas estruturas têm a finalidade básica, de sustentar o convés e os módulos de operação e, uma vez instaladas, estarão imersas no mar, em meio líquido corrosivo, sujeitas a condições de operação extremas.

Localizado em ambiente hostil, estruturas *offshore* são expostas a todos os tipos de cargas como ventos, ondas, correntes, terremotos etc. Entre todas as perturbações mencionadas, a força dinâmica de onda induzida é a mais importante carga no ambiente marinho. Para a segurança da estrutura, as respostas do deslocamento e velocidade da plataforma *offshore* podem ser atenuadas por métodos dissipativos de energia. Em décadas recentes, dispositivos e métodos de controle, incluindo o controle passivo, controle ativo e a combinação de seus esquemas têm sido propostos para estruturas *offshore* sujeitas a forças de onda induzida.

Existem vários estudos, reportados na literatura, sobre o controle de plataformas, ressaltando dentre eles Kawano e Verkataramana (1992) que usaram a técnica de controle ótimo para reduzir a resposta dinâmica de plataformas *offshore* sujeitas a abalos sísmicos; Terro e outros autores (1999) que usaram um controlador baseado na teoria de controle ótimo linear quadrático (LQ) contínuo por realimentação multimalha; Mahadik e Jangid (2003) que utilizaram o controle ótimo no modelo de uma plataforma *offshore* com o espectro de Pierson-Muskowitz na

equação de Morison; Suhardjo e Kareem (2001) que implementaram a técnica de controle ótimo no domínio da frequência, a qual minimiza a norma  $H_2$  da função de transferência da plataforma.

Ainda os estudos de Zribi e outros autores (2004), que utilizaram uma abordagem usando dois controladores, o primeiro é não linear baseado na teoria de Lyapunov e o segundo controlador utiliza o controle robusto linear por realimentação de estados baseado na teoria do controle ótimo; e mais recentemente, Zhang e outros autores (2012) usam um controlador robusto por modos deslizantes integral (RISMC), obtendo um desempenho satisfatório nas oscilações da plataforma, estabilizando o modelo dinâmico da estrutura.

O presente trabalho trata sobre o projeto e aplicação de um controlador ótimo LQ discreto multimalha, visando controlar a resposta dinâmica da plataforma *offshore* de aço sujeita a perturbações hostis da natureza marinha.

## 2 MODELO DINÂMICO DA PLATAFORMA *OFFSHORE*

O método de elementos finitos (FEM) é comumente utilizado na modelagem e análise estrutural de plataformas *offshore* tipo jaqueta. O FEM proporciona uma maneira prática para o estudo de estruturas *offshore* sujeitas a cargas ambientais. Pacotes comerciais baseados em FEM de propósitos gerais, como o ANSYS, ou de aplicações específicas, como o SACS, são usados para essa finalidade.

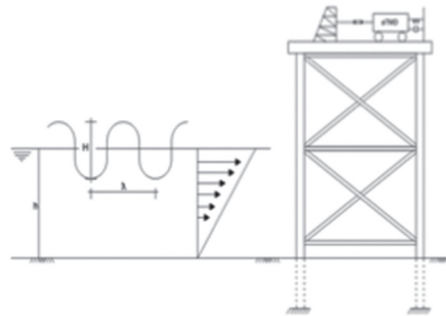
Aplicando o método de elementos finitos, uma plataforma fixa *offshore* pode ser modelada como um sistema com múltiplos graus de liberdade (MDOF). Porém, dado que a resistência típica às ondas da estrutura *offshore* é projetada para ter uma frequência fundamental maior que a frequência de onda dominante, a resposta da estrutura é sempre dominada pelo primeiro (e segundo) modo(s) de vibração.

Assim, os primeiros modos de resposta são os que mais contribuem na concepção do modelo dinâmico e, portanto, a plataforma pode ser representada como um sistema de ordem reduzida de 1DOF ou 2DOF. Em geral, essa simplificação é adequada para o estudo de controle de vibrações (MA ET AL., 2006). Como exemplos, Li e outros autores (2003), Ma e outros autores (2006, 2009) e Zhang e Tang (2013) usaram um modelo de 1DOF, enquanto que Terro e outros autores (1999), Zribi e outros autores (2004) e Zhang e outros autores (2012) têm usado um modelo de 2DOF.

Para os propósitos do presente trabalho, um modelo de 2DOF será considerado para representar uma plataforma *offshore* tipo jaqueta, conforme proposto em Abdel-Rohman (1993, 1996), e cujo diagrama esquemático é mostrado nas Figuras 1 e 2. A estrutura consiste de membros tubulares cilíndricos de aço, com as dimensões mostradas na Figura 2 e na Tabela 1. As áreas projetadas, volumes e massas de cada membro

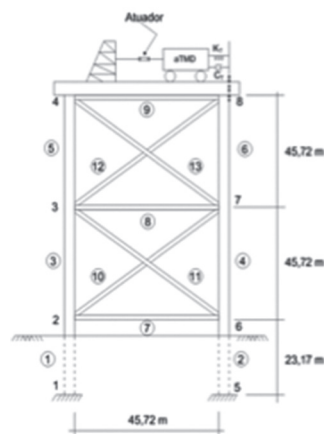
da estrutura são dados na Tabela 2. Um dispositivo TMD ativo (aTMD), conectado a um servo mecanismo hidráulico, é instalado no topo e acoplado à junção 8. O movimento do amortecedor é influenciado pelo movimento da estrutura e a operação do servo mecanismo, a qual é acionada por uma força de controle ativo produzido por um controlador.

Figura 1 – Plataforma sujeita a forças hidrodinâmicas



Fonte: Zribi e outros autores (2004).

Figura 2 – Modelo detalhado da plataforma



Fonte: Zribi e outros autores (2004).

Tabela 1– Propriedades dos tubos de aço cilíndricos

Membros	Diâmetro Externo (m)	Diâmetro Interno (m)	Área (m <sup>2</sup> )	Momento de Inércia (m <sup>4</sup> )
Vertical	1,22	1,14	0,141	0,02301
Horizontal	0,61	0,59	0,023	0,00096
Diagonal	0,61	0,59	0,023	0,00096

Fonte: Zribi e outros autores (2004).

Tabela 2 – Dados de projeto dos membros da estrutura

Membros	Área $A_p$ (m <sup>2</sup> )	Volume $B_p$ (m <sup>3</sup> )	Massa (kg)
1	---	---	---
2	---	---	---
3	55,74	53,38	98080,60
4	55,74	53,38	98080,60
5	37,16	35,58	86462,00
6	37,16	35,58	86462,00
7	---	---	20706,12
8	---	---	20706,12
9	---	---	8087,58
10	27,87	13,34	29274,63
11	27,87	13,34	29274,63
12	18,58	8,89	23328,93
13	18,58	8,89	23328,93

Fonte: Zribi e outros autores (2004).

Frequências naturais e formas modais da resposta livre não amortecida do sistema podem ser determinadas, usando alguma ferramenta computacional de análise estrutural. Embora se possam considerar muitos modos de vibração, assume-se que as perturbações externas, neste caso, correntes e ondas marinhas, atuam nos dois primeiros modos de vibração, devido a que estes dois modos são os mais dominantes. Sendo assim, as equações de movimento da estrutura com o TMD são (ZRIBI et al., 2004):

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 = -2\xi_1 w_1 \dot{z}_1 - w_1^2 z_1 - \Phi_1^T (F_a - F_{TMD}) + f_1 + f_2 \\ \ddot{z}_2 = -2\xi_2 w_2 \dot{z}_2 - w_2^2 z_2 - \Phi_2^T (F_a - F_{TMD}) + f_3 + f_4 \\ \ddot{y} = -2\xi_T w_T (\dot{y} - \dot{U}_8) - w_T^2 (y - U_8) + \frac{1}{m_T} u \end{cases} \quad (1)$$

sendo que  $Z_1$  e  $Z_2$  são as coordenadas generalizadas dos modos vibracionais 1 e 2, respectivamente;  $y$  é o deslocamento horizontal do TMD;  $W_1$  e  $W_2$  são as frequências naturais dos primeiros dois modos de vibração;  $\xi_1$  e  $\xi_2$  são os fatores de amortecimento nos dois primeiros modos de vibração, respectivamente;  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  são o primeiro e o segundo vetores de forma modal, respectivamente;  $F_{TMD}$  é o vetor de força de controle passivo devido ao TMD;  $F_a$  é o vetor de força de onda;  $\xi_T$  é o fator de amortecimento do TMD;  $w_T = \sqrt{K_T/m_T}$  é a frequência natural do TMD;  $K_T$  e  $m_T$  são a rigidez e a massa do TMD, respectivamente;  $U_8$  é o deslocamento horizontal da junção 8 na estrutura *offshore*;  $u$  é a ação de controle; e  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  e  $f_4$  são os termos da força hidrodinâmica autoexcitada não linear, cuja derivação é apresentada a seguir.

Dado que a resposta é a contribuição de dois modos, o deslocamento horizontal da junção 8 na estrutura é (ABDEL-ROHMAN, 1993):

$$U_8 = \phi_1 z_1 + \phi_2 z_2 \quad (2)$$

sendo que  $\phi_1$  e  $\phi_2$  são as contribuições das duas primeiras formas modais. Note que:

$$\phi_1^T F_a = \phi_1 u \quad (3)$$

$$\phi_2^T F_a = \phi_2 u \quad (4)$$

As forças de controle devido ao TMD podem ser escritas como (ZRIBI ET AL., 2004):

$$\phi_1^T F_{TMD} = \phi_1 [K_T(y - U_8) + C_T(\dot{y} - \dot{U}_8)] \quad (5)$$

$$\phi_2^T F_{TMD} = \phi_2 [K_T(y - U_8) + C_T(\dot{y} - \dot{U}_8)] \quad (6)$$

em que  $C_T$  é o amortecimento do TMD.

Estruturas *offshore* estão expostas a forças hidrodinâmicas não lineares. A não linearidade destas forças decorre da sua dependência em relação à flexibilidade da estrutura, que induz um termo de carga autoexcitado. Uma força de onda horizontal atuando na junção  $p$  de uma estrutura *offshore* é geralmente modelada usando a equação de Morison (CHAKRABATI, 1987; PATEL, 1989). A equação de Morison é amplamente utilizada para estimar cargas de ondas no projeto de plataformas de petróleo e outras estruturas *offshore*. Para ondas planas unidirecionais, na presença de correntes de água induzidas pelo vento, esta equação é da forma (ZRIBI ET AL., 2004):

$$F_p = \frac{1}{2} \rho_w C_D A_p |U'_{px}| U'_{px} + \rho_w C_I B_p a_{px} - \rho_w (C_I - 1) B_p \ddot{U}_p$$

sendo que  $F_p$  é o vetor de força de onda;  $\rho_w$  é a densidade da água;  $C_D$  é o coeficiente de arrasto;  $A_p$  é a área concentrada na junção  $p$ ;  $U_{px}$  é a velocidade horizontal da água na junção  $p$ ;  $U'_p$  é a velocidade horizontal de junção na junção  $p$ ;  $U'_{px} = U_{px} - \dot{U}_p$  é a velocidade relativa da água na junção  $p$ ;  $C_I$  é o coeficiente de inércia;  $B_p$  é o volume concentrado na junção  $p$ ;  $a_{px}$  é a aceleração horizontal da água na junção  $p$ ; e  $\ddot{U}_p$  é a aceleração horizontal de junção na junção  $p$ .

Da teoria de ondas lineares (CHAKRABATI, 1987; PATEL, 1989), a velocidade horizontal da água na junção  $p$  é expressa como:

$$U_{px} = E_p \cos(kx_p - \Omega t) + U_{ow} \frac{y_p}{h} \quad (8)$$

A aceleração horizontal da água na junção  $p$  é:

$$a_{px} = \Omega E_p \sin(kx_p - \Omega t)$$

em que

$$E_p = \frac{\Omega H \cosh(ky_p)}{2 \sinh(kh)}$$

e  $(x_p, y_p)$  é a localização da junção em relação a um eixo de coordenadas fixas de referência;  $h$  é a profundidade da água;  $\Omega = 2\pi/T$  é a frequência de onda;  $\lambda$  é o comprimento da onda;  $H$  é a altura da onda;  $k = 2\pi/\lambda$  é o número de onda;  $U_{ow}$  é a velocidade da corrente na superfície da água, considerado 1% da velocidade do vento a uma altura de 10 m. Usando as Equações (7)-(10) os termos de força  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  e  $f_4$  podem ser obtidos.

Agora, usando as Equações (1)-(10), as expressões que descrevem o movimento da plataforma sujeita a forças hidrodinâmicas autoexcitadas não lineares podem ser escritas como (ZRIBI ET AL., 2004):

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 = -2\xi_1 w_1 \dot{z}_1 - w_1^2 z_1 - \phi_1 K_T (\phi_1 z_1 + \phi_2 z_2) + \phi_1 K_T y \\ \quad - \phi_1 C_T (\phi_1 \dot{z}_1 + \phi_2 \dot{z}_2) + \phi_1 C_T \dot{y} - \phi_1 u + f_1 + f_2 \\ \ddot{z}_2 = -2\xi_2 w_2 \dot{z}_2 - w_2^2 z_2 - \phi_2 K_T (\phi_1 z_1 + \phi_2 z_2) + \phi_2 K_T y \\ \quad - \phi_2 C_T (\phi_1 \dot{z}_1 + \phi_2 \dot{z}_2) + \phi_2 C_T \dot{y} - \phi_2 u + f_3 + f_4 \\ \ddot{y} = -2\xi_T w_T \dot{y} + 2\xi_T w_T (\phi_1 \dot{z}_1 + \phi_2 \dot{z}_2) - w_T^2 y + \\ \quad + w_T^2 (\phi_1 z_1 + \phi_2 z_2) + \frac{1}{m_T} u \end{cases} \quad (11)$$

Definindo as seguintes variáveis de estado:

$$x_1 = z_1; x_2 = \dot{z}_1; x_3 = z_2; x_4 = \dot{z}_2; x_5 = y; \text{ e } x_6 = \dot{y}$$

O modelo da plataforma da Equação (3.11) pode ser escrito na forma de espaço de estados como segue:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Fg(x, t) \quad (12)$$

sendo que:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -w_1^2 - K_T\phi_1^2 & -2\xi_1 w_1 - C_T\phi_1^2 & -K_T\phi_1\phi_2 & -C_T\phi_1\phi_2 & \phi_1 K_T & \phi_1 C_T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_T\phi_1\phi_2 & -C_T\phi_1\phi_2 & -w_2^2 - K_T\phi_2^2 & -2\xi_2 w_2 - C_T\phi_2^2 & \phi_2 K_T & \phi_2 C_T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ w_T^2\phi_1 & 2\xi_T w_T\phi_1 & w_T^2\phi_2 & 2\xi_T w_T\phi_2 & -w_T^2 & -2\xi_T w_T \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\phi_1 \\ 0 \\ -\phi_2 \\ 0 \\ \frac{1}{m_T} \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad g(x, t) = \begin{bmatrix} f_1 + f_2 \\ f_3 + f_4 \end{bmatrix}$$

Para simulação, os dados da onda são (ZRIBI et al., 2004; WU, 2013):  $H=12,19$  m,  $h=76,2$  m,  $\lambda=182,88$  m e  $U_{ow}=0,122$  m/s. A densidade do aço é  $7730,7$  kg/m<sup>3</sup>, a densidade da água é  $1025,6$  kg/m<sup>3</sup> e o peso do convés de concreto suportado pela estrutura de aço é  $p_w=6672300$  N. Com estes dados, conjuntamente com os dados das Tabelas 3.1 e 3.2, os parâmetros de força de onda em cada junção da estrutura podem ser calculados.

As frequências naturais dos modos de vibração 1 e 2 são  $w_1=1,818$  Hz e  $w_2=10,8683$  Hz, respectivamente. O amortecimento estrutural em cada modo é considerado 0,5%, i.e.  $\xi_1=\xi_2=0,005$ , e as contribuições das formas modais são  $\phi_1=-0,003445$  e  $\phi_2=0,00344628$ . Os parâmetros do TMD são escolhidos para estar em sintonia com o primeiro modo, tal que  $w_T=1,818$  Hz,  $\xi_T=0,15$ ,  $K_T=1551,5$  e  $C_T=256$  (ZRIBI ET AL., 2004; WU, 2013).

Usando os valores dos parâmetros do sistema, temos que:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3,3235 & -0,0212 & 0,0184 & 0,0030 & -5,3449 & -0,8819 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,0184 & 0,0030 & -118,1385 & -0,1117 & 5,3468 & 0,8822 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0,0114 & -0,0019 & 0,0114 & 0,0019 & -3,3051 & -0,5454 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,003443 \\ 0 \\ -0,00344628 \\ 0 \\ 0,00213 \end{bmatrix}$$



### 3 PROJETO DO CONTROLADOR POR REALIMENTAÇÃO MULTIMALHA

#### 3.1 CONTROLADOR ÓTIMO LQ

O controle ótimo teve suas origens no cálculo variacional no século XVII (FERMAT, NEWTON, LIEBNITZ e BERNOULLIS). O cálculo variacional foi desenvolvido posteriormente no século XVIII por Euler e Langrange, e no século XIX por Legendre, Jacobi, Hamilton e Weierstrass. No começo do século XX, Bolza e Bliss deram o refinamento final no assunto. Em 1957, Bellman dá uma nova visão da teoria de Hamilton-Jacobi, o qual chamou de programação dinâmica, que é basicamente um esquema de controle por realimentação.

Em 1962, Pontryagin estendeu o cálculo variacional para lidar com restrições de desigualdade na variável de controle, enunciando seu elegante princípio máximo. Também, nos inícios dos anos 1960, Kalman, Bucy, Athans entre muitos outros mostraram como aplicar o cálculo variacional no projeto de controladores digitais ótimos por realimentação para sistemas dinâmicos lineares com ruído. A partir de 1980 até a atualidade, a pesquisa está direcionada em fazer com que o controle ótimo por realimentação seja mais robusto a perturbações na planta e a erros no modelo.

O controle ótimo LQ é uma teoria elegante e bem estabelecida (MÄKILÄ, 2000). Esta técnica trata o problema de encontrar uma lei de controle de um sistema linear em espaço de estados, de dimensão finita, que minimize um índice de desempenho quadrático, na regulação/acompanhamento do erro e nas variáveis de controle.

Seja o sistema linear determinístico, discreto, dado por:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) = C_d x(k) \end{cases} \quad (14)$$

com a condição inicial  $x(0)=x_0$ . Em que  $A_d$ ,  $B_d$  e  $C_d$  são as versões discretas das matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$ . O objetivo é encontrar uma sequência de entradas ou uma lei de realimentação que minimize a função de custo quadrática da forma (problema de otimização em malha aberta):

$$V_p = x^T(p)Q_t x(p) + \sum_{k=0}^{p-1} [x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)] \quad (15)$$

sendo  $Q_t$  e  $Q$  matrizes reais, simétricas, semidefinidas positivas e  $R$  uma matriz real, simétrica, definida positiva. Se  $p$  for um número finito, será um problema de horizonte finito, e se  $p=\infty$ , será um problema de horizonte infinito.

### 3.2 O PROBLEMA DE LQ DE HORIZONTE INFINITO

Para processos contínuos operando sobre um longo período de tempo é razoável resolver o seguinte problema de horizonte infinito:

$$J_k(z) \equiv \min_{u(\cdot)} \left\{ V_\infty \equiv \lim_{p \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{p-1} [x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)] \right\} \quad (16)$$

Neste caso, a DRE é para ser inicializada em  $S(p)=Q$  e resolvida de frente para trás. Assumindo que, depois de um número finito de iterações, a solução da DRE converge à sua solução estacionária ( $S_\infty$ ), então temos que:

$$S_\infty = A_d^T S_\infty A_d + Q - A_d^T S_\infty B_d (B_d^T S_\infty B_d + R)^{-1} B_d^T S_\infty A_d \quad (17)$$

a qual é chamada de equação de Ricatti algébrica discreta (DARE).

A equação (17) admite, em geral, muitas soluções. Porém uma única solução estacionária é obtida se forem impostas condições de estabilidade e detectabilidade.

Teorema: Se o par  $(A_d, B_d)$  for estabilizável e o par  $(A_d, Q^{T/2})$  for detectável, então a DARE (17) terá uma única solução positiva semidefinida, com todos os autovalores de  $(A_d - B_d L_\infty)$  dentro do círculo unitário.

Sendo assim, a lei de controle ótimo por realimentação é dada por:

$$u(k) = -L_\infty x(k), \quad \forall k = 0, \dots, \infty \quad (18)$$

em que é o ganho estabilizante de realimentação de estados definido como:

$$L_\infty = (B_d^T S_\infty B_d + R)^{-1} B_d^T S_\infty A_d \quad (19)$$

que gera um sistema estável em malha fechada, com um custo ótimo de horizonte infinito:

$$J_\infty(x_0) = x_0^T S_\infty x_0 \quad (20)$$

### 3.3 PROJETO DO CONTROLADOR COM REALIMENTAÇÃO MULTIMALHA

O projeto do controlador consiste em dois estágios, formando, dessa forma, duas malhas de realimentação. A primeira malha, conhecida como projeto nominal é caracterizado por estar livre de não linearidades e a outra malha chamada de projeto compensatório acomoda e trata das não linearidades.

No projeto nominal a equação de espaço de estados tem o termo  $\mathbf{g}(\mathbf{x},t)=\mathbf{0}$ , o ganho estabilizante da parte nominal é dado por:

$$\mathbf{k}_n = (\mathbf{B}_d^T \mathbf{S}_n \mathbf{B}_d + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{B}_d^T \mathbf{S}_n \mathbf{A}_d \quad (21)$$

As matrizes ponderadoras do projeto nominal de estado e de controle de entrada são  $\mathbf{Q}_n$  e  $\mathbf{R}_n$ .

No projeto compensatório a equação de espaço de estados leva em consideração o termo  $\mathbf{g}(\mathbf{x},t)$ , o ganho estabilizante da parte do projeto compensatório é dado por:

$$\mathbf{k}_c = (\mathbf{B}_d^T \mathbf{S}_c \mathbf{B}_d + \mathbf{R}_c)^{-1} \mathbf{B}_d^T \mathbf{S}_c \mathbf{A}_c \quad (22)$$

Em que a matriz  $\mathbf{A}_c$  é dada por  $\mathbf{A}_c = \mathbf{A}_d - \mathbf{A}_d \mathbf{k}_n$ . As matrizes ponderadoras do projeto nominal de estado e de controle de entrada são  $\mathbf{Q}_c$  e  $\mathbf{R}_c$ .

Dessa forma a lei de controle do compensador por realimentação multimalha é dado por:

$$\mathbf{u}(\mathbf{k}) = -(\mathbf{k}_n + \mathbf{k}_c)\mathbf{x}(\mathbf{k}) \quad (23)$$

#### 4 APLICAÇÃO DO CONTROLE NA PLATAFORMA *OFFSHORE*

O projeto do sistema de controle LQ é relativamente simples e fácil de ajustar. A lei de controle (23) assume uma completa medição de estados para realimentação. Se os estados não estão disponíveis, um observador de estados precisa ser desenvolvido.

No presente trabalho o vetor de estados está composto de deslocamentos e velocidades dos modos da estrutura *offshore*, os quais são assumidos disponíveis e mensuráveis. Considerando um tempo de amostragem  $T_s = 0,01$  s as matrizes do modelo discreto da plataforma na forma da Equação (14) são:

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 0,9998 & 0,01 & 0 & 0 & -0,0003 & 0 \\ -0,0332 & 0,9996 & 0,0002 & 0 & -0,0533 & -0,0091 \\ 0 & 0 & 0,9941 & 0,01 & 0,0003 & 0 \\ 0,0002 & 0 & -1,1784 & 0,9930 & 0,0532 & 0,0090 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9998 & 0,01 \\ -0,0001 & 0 & 0,0001 & 0 & -0,0330 & 0,9944 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_d = 10^{-4} \begin{bmatrix} 0,0017 \\ 0,3433 \\ -0,0017 \\ -0,3428 \\ 0,0011 \\ 0,2124 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Utilizando a teoria do controle ótimo para o problema de horizonte infinito e seguindo diretrizes práticas dadas em Lin (1994), os parâmetros de ajuste do controlador são:

Projeto nominal:

$$Q_n = 10^{19}H \text{ em que } H = (C_d^T)(C_d);$$

$$R_n = 1;$$

Projeto compensatório:

$$Q_c = 10^{21}H \text{ em que } H = (C_d^T)(C_d);$$

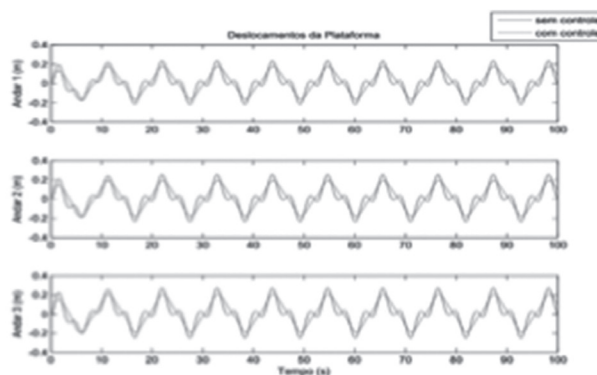
$$R_c = 1/2\mu;$$

$$\mu = 256;$$

O desempenho da estrutura com controle ótimo LQ aos efeitos das forças no ambiente *offshore* é mostrado a seguir. Para uma frequência de onda  $\Omega=0,5773$  Hz as amplitudes das oscilações pico a pico dos três andares sofreram uma redução de 18%, o comportamento de picos múltiplos testemunhado na resposta descontrolada é completamente eliminado, ficando a resposta dinâmica muito mais suave com o controle aplicado conforme ilustrado na Figura 3. A Figura 4 mostra a força de controle da entrada para o equilíbrio da estrutura.

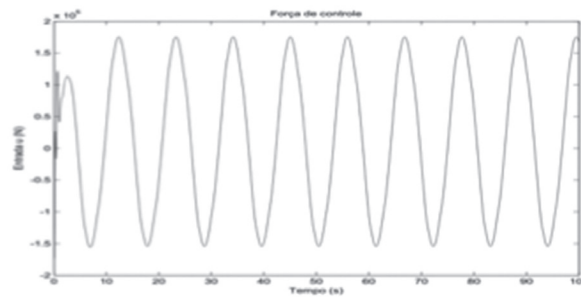
Para uma frequência de onda  $\Omega=1,8$  Hz, próximo à frequência de ressonância, as amplitudes das oscilações pico a pico dos três andares sofreram uma redução de 84% nas respostas dinâmicas dos três andares, Figura 5. Ou seja, com uma frequência de onda próximo da frequência de ressonância da plataforma, o controle reduz a amplitude das oscilações dos deslocamentos para o nível da situação de uma frequência de onda de  $\Omega = 0,5773$  Hz (SILVA, 2014). Esse fato mostra o bom desempenho do controlador LQ. A força de controle aplicada é mostrada na Figura 6.

Figura 3 – Resposta da plataforma com controle para uma frequência de onda de  $\Omega = 0,5773$  Hz



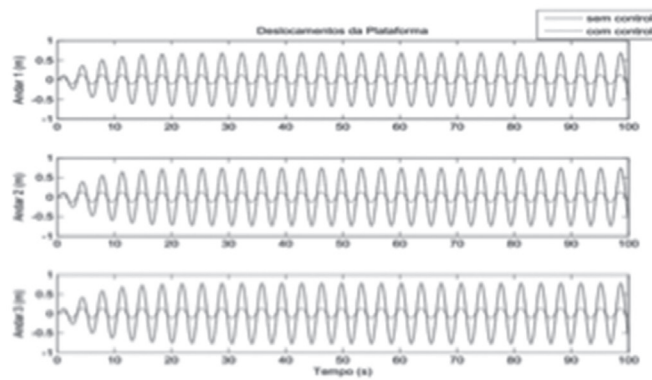
Fonte: próprio autor

Figura 4 – A força de controle da entrada para  $\Omega = 0,5773$  Hz



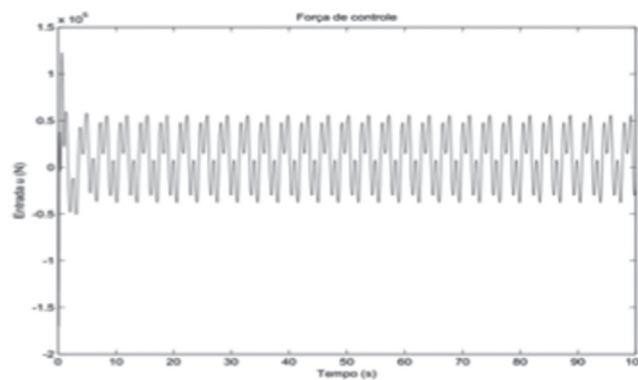
Fonte: próprio autor

Figura 5 – Resposta da plataforma com controle para uma frequência de onda de  $\Omega = 1,8$  Hz



Fonte: próprio autor

Figura 6 – A força de controle da entrada para  $\Omega = 1,8$  Hz



Fonte: próprio autor

## 5 CONCLUSÕES

Este artigo trata do desenvolvimento de um controlador discreto por realimentação multimalha. O controlador LQ multimalha se mostrou adequado no controle de oscilações da plataforma *offshore*, provocadas por perturbações persistentes de ondas e correntes marinhas. Para uma frequência de onda 0,5773 Hz o controlador conseguiu suavizar a resposta dinâmica e diminuir um pouco as amplitudes de oscilações. Para a frequência de onda de 1,80 Hz, houve uma redução de 84% na amplitude dessas oscilações no momento de maior perigo, i.e., quando ocorre o fenômeno de ressonância na estrutura.

Os resultados da simulação com e sem controle mostram o bom desempenho do sistema criado, em função da seleção adequada dos parâmetros de ponderação. A aplicação dessa técnica em plataformas *offshore* vem trazer um aumento na vida útil da estrutura e uma melhor estabilidade para as operações no convés da plataforma *offshore*.

## REFERÊNCIAS

ABDEL-ROHMAN, M. **Control of nonlinear vibrations in civil structures**. Kuwait: University Press, 1993.

CHAKRABATI, S.K. **Hydrodynamic of offshore structures**. Berlin: Springer-Verlag, 1987.

KAWANO, K.; VENKATARAMANA, K. Seismic response of offshore platform with TMD. In: **Proceedings of the 10th Earthquake Engineering World Conference, The Netherlands**: Rotterdam, 1992.

LI, H.J.; HU, S.-L.J.; JAKUBIAK, C. active vibration control for platform subjected to wave loading. **Journal of Sound and Vibration**, 263(4): 709-724, 2003.

LIN, C.-F.; **Advanced control system design**. Prentice-Hall, Inc.: Englewood Cliffs, NJ, 1994.

MA, H.; TANG, G.-Y.; ZHAO, Y.-D. Feedforward and feedback optimal control for offshore structures subjected to irregular wave forces. **Ocean Engineering**, 33(8-9): 1105-1117, 2006.

MA, H.; TANG, G.-Y.; HU, W. Feedforward and feedback optimal control with memory for offshore platforms under irregular wave forces. **Journal of Sound and Vibration**, 328(4-5): 369-381, 2009.

MAHADIK, A.S. and JANGID, R.S. Active control of offshore jacket platforms" **International Ship building Progress**, 50, 2003, p.277-295.

- MÄKILÄ, P.M. **Linear quadratic control revisited**. *Automatica*, 36(1): 83-89, 2000.
- PATEL, M.H. *Dynamics of offshore structures*. Butterworth, New York, 1989.
- SILVA, L. **Análise modal e controle de plataformas offshore sujeitas às perturbações persistentes**. 2014. 121f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Sergipe, Brasil, 2014.
- SUHARDJO, J.; KAREEM, A. Feedback-feedforward control of offshore platforms under random waves. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, 30(2): 213-235, 2001.
- TERRO, M.J.; MAHMOUD, M.S.; ABDEL-ROHMAN, M. Multi-loop feedback control of offshore steel jacket platforms. **Computers and Structures**, 70(2): 185-202, 1999.
- ZHANG, B.-L.; HAN, Q.-L.; ZHANG, X.-M.; YU, X. Integral sliding mode control for offshore steel jacket platforms. **Journal of Sound and Vibration**, 331(14): 3271-3285, 2012.
- ZRIBI, M.; ALMUTAIRI, N.; ABDEL-ROHMAN, M.; TERRO, M. Nonlinear and robust control schemes for offshore steel jacket platforms. **Nonlinear Dynamics**, 35(1): 61-80, 2004.

---

**Data do recebimento:** 11 de Dezembro de 2014

**Data da avaliação:** 5 de Janeiro de 2015

**Data de aceite:** 15 de Janeiro de 2015

---

---

1 Mestre, Professor (Eng. Civil e Mecânico) – UNIVERSIDADE TIRADENTES – UNIT –  
email: trixluc@hotmail.com

2 PhD, Professor (Eng. Eletrônico) – UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE – UFS –  
email: oazs2007@hotmail.com

3 Graduando, Engenharia de Petróleo – UNIVERSIDADE TIRADENTES – UNIT –  
email: leticia\_cm@hotmail.com.br

4 Graduando, Engenharia Mecatrônica – UNIVERSIDADE TIRADENTES – UNIT –  
email: diego\_smith93@hotmail.com

5 Graduando, Engenharia Mecatrônica – UNIVERSIDADE TIRADENTES – UNIT –  
email: manumagno13.em@gmail.com